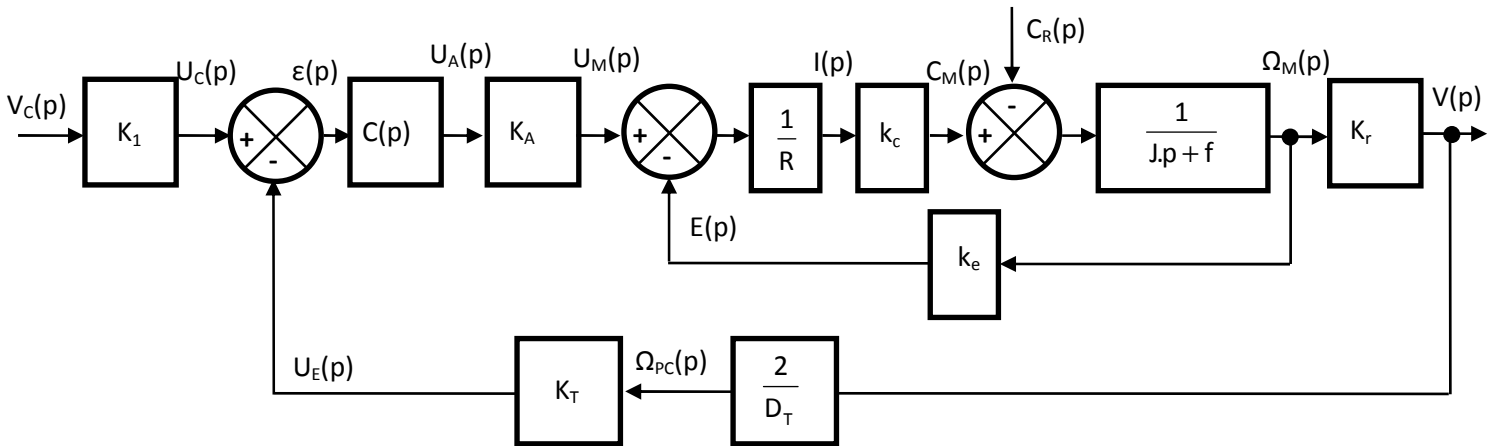
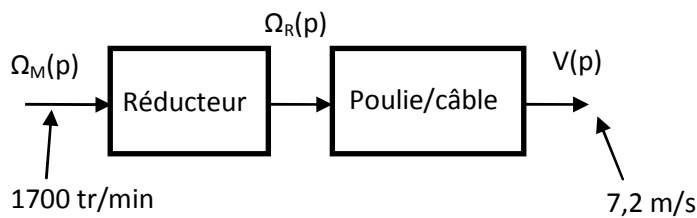


Etude de l'asservissement en vitesse du câble tracteur du téléphérique à conduite double FUNITEL – Corrigé

Q.1.



Avec $K_r = \frac{V(p)}{\Omega_M(p)}$ tel que :



$$\text{Soit } K_r = \frac{V(p)}{\Omega_M(p)} = \frac{7,2}{1700 \times \frac{2 \cdot \pi}{60}} = 0,04$$

Q.2. On a $\epsilon(p) = U_c(p) - U_E(p) = K_1 \cdot V_c(p) - K_T \cdot \frac{2}{D_T} \cdot V(p)$

Pour $V_c(p) = V(p)$ on doit avoir $\epsilon(p) = 0 \rightarrow K_1 - K_T \cdot \frac{2}{D_T} = 0 \rightarrow K_1 = K_T \cdot \frac{2}{D_T}$

A.N. : $K_1 = 0,3 \cdot \frac{2}{0,4} = 1,5 \text{ V.s.m}^{-1}$

Q.3. $H_M(p)|_{C_R(p)=0} = \frac{\Omega_M(p)}{U_M(p)} = \frac{1}{k_e} \cdot \frac{\frac{1}{R} \cdot k_c \cdot \frac{1}{f + J.p} \cdot k_e}{1 + \frac{1}{R} \cdot k_c \cdot \frac{1}{f + J.p} \cdot k_e} = \frac{1}{k_e} \cdot \frac{k_c \cdot k_e}{R \cdot (f + J.p) + k_c \cdot k_e}$

$$H_M(p)|_{C_R(p)=0} = \frac{1}{k_e} \cdot \frac{k_c \cdot k_e}{J.R.p + k_c \cdot k_e + R.f} = \frac{\frac{k_c}{J.R}}{\frac{k_c \cdot k_e + R.f}{k_c \cdot k_e + R.f}} \cdot p + 1$$

$$H_R(p)|_{U_M(p)=0} = \frac{C_R(p)}{U_M(p)} = \frac{R}{k_c \cdot k_e} \cdot \frac{\frac{1}{R} \cdot k_c \cdot \frac{1}{f + J.p} \cdot k_e}{1 + \frac{1}{R} \cdot k_c \cdot \frac{1}{f + J.p} \cdot k_e} = \frac{R}{k_c \cdot k_e} \cdot \frac{k_c \cdot k_e}{J.R.p + k_c \cdot k_e + R.f}$$

$$H_R(p)|_{U_M(p)=0} = \frac{C_R(p)}{U_M(p)} = \frac{R}{k_c \cdot k_e} \cdot \frac{\frac{1}{R} \cdot k_c \cdot \frac{1}{f + J \cdot p} \cdot k_e}{1 + \frac{1}{R} \cdot k_c \cdot \frac{1}{f + J \cdot p} \cdot k_e} = \frac{R}{\frac{k_c \cdot k_e + R \cdot f}{J \cdot R} \cdot p + 1}$$

Enfin en utilisant le théorème de superposition on obtient :

$$\Omega_M(p) = H_M(p)|_{C_R(p)=0} \cdot U_M(p) - H_R(p)|_{U_M(p)=0} \cdot C_R(p)$$

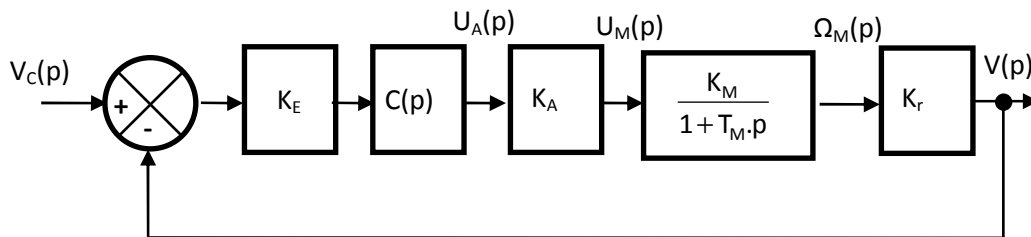
Q.4. $H_M(p)|_{C_R(p)=0} = \frac{\frac{k_c}{k_c \cdot k_e + R \cdot f}}{\frac{J \cdot R}{k_c \cdot k_e + R \cdot f} \cdot p + 1} = \frac{K_M}{T_M \cdot p + 1}$

→ système du 1^{er} ordre avec $K_M = \frac{k_c}{k_c \cdot k_e + R \cdot f}$ et $T_M = \frac{J \cdot R}{k_c \cdot k_e + R \cdot f}$

A.N. : $K_M = \frac{2,5}{2,5 \times 2,5 + 0,0999 \times 4,8} = 0,37 \text{ rad} \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$

$T_M = \frac{420 \times 0,0999}{2,5 \times 2,5 + 0,0999 \times 4,8} = 6,23 \text{ s}$

Q.5. En régulation le schéma bloc devient :



Avec $K_E = K_T \cdot \frac{2}{D_T} = K_1$ et $C(p) = K_C$

Calcul de la FTBF : $\frac{V(p)}{V_C(p)} = \frac{\frac{K_E \cdot K_C \cdot K_A \cdot K_M \cdot K_r}{1 + T_M \cdot p}}{1 + \frac{K_E \cdot K_C \cdot K_A \cdot K_M \cdot K_r}{1 + T_M \cdot p}} = \frac{K_C \cdot K_S}{1 + \frac{K_C \cdot K_S}{1 + T_M \cdot p}}$

$\frac{V(p)}{V_C(p)} = \frac{K_C \cdot K_S}{K_C \cdot K_S + 1 + T_M \cdot p} = \frac{K_C \cdot K_S}{K_C \cdot K_S + 1} \cdot \frac{1}{1 + \frac{T_M}{K_C \cdot K_S + 1} \cdot p} \rightarrow G(p) = \frac{V(p)}{V_C(p)} = \frac{K_C \cdot K_S}{K_C \cdot K_S + 1} \cdot \frac{1}{1 + \frac{T_M}{K_C \cdot K_S + 1} \cdot p}$

Q.6. On obtient question 5 un système du 1^{er} ordre → stable par définition.

Q.7. $t_{5\%} = 3 \cdot \frac{T_M}{K_C \cdot K_S + 1}$ par définition pour un système du 1^{er} ordre.

Cahier des charges → $t_{5\%} < 5 \text{ s} \rightarrow 3 \cdot \frac{T_M}{K_C \cdot K_S + 1} < 5 \rightarrow 3 \cdot T_M < 5 \cdot K_C \cdot K_S + 5 \rightarrow \frac{3 \cdot T_M - 5}{5 \cdot K_S} < K_C$

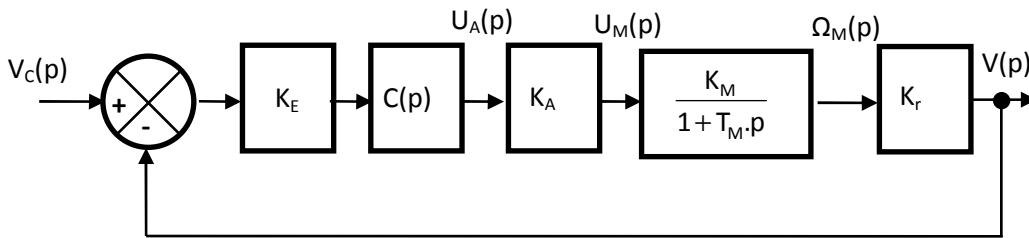
A.N. : $K_S = K_A \cdot K_E \cdot K_r \cdot K_M = 30 \times 1,5 \times 0,04 \times 0,37 = 0,67 \rightarrow K_C > \frac{3 \times 6,3 - 5}{5 \times 0,67} = 4,1$

Q.8. Erreur statique : $e_r = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{V_0}{p} \cdot \frac{1}{1 + \frac{K_C \cdot K_S}{1 + T_M \cdot p}} = \frac{V_0}{1 + K_C \cdot K_S}$ et cahier des charges $\rightarrow e_r < 0,02 \cdot V_0$

$\rightarrow \frac{V_0}{1 + K_C \cdot K_S} < 0,02 \cdot V_0 \rightarrow 1 < 0,02 \cdot (1 + K_C \cdot K_S) \rightarrow 0,98 < 0,02 \cdot K_C \cdot K_S \rightarrow K_C > \frac{0,98}{0,02 \cdot K_S} \approx 74$

Q.9. Pour $K_C = 74$ et $V_0 = 7,2$ on obtient une tension U_M en entrée de moteur $U_M = 7,2 \times 1,5 \times 30 \times 74 = 23976$ V >>> 300 V nominal du moteur \rightarrow le correcteur proportionnel n'est pas adapté.

Q.10. En régulation le schéma bloc devient :



Avec $K_E = K_T \cdot \frac{2}{D_T} = K_i$ et $C(p) = \frac{K_i}{p}$

Calcul de la FTBF : $\frac{V(p)}{V_C(p)} = \frac{\frac{K_E \cdot K_i \cdot K_A \cdot K_M \cdot K_r}{p \cdot (1 + T_M \cdot p)}}{1 + \frac{K_E \cdot K_i \cdot K_A \cdot K_M \cdot K_r}{p \cdot (1 + T_M \cdot p)}} = \frac{K_i \cdot K_S}{1 + \frac{K_i \cdot K_S}{p \cdot (1 + T_M \cdot p)}}$

$\frac{V(p)}{V_C(p)} = \frac{K_i \cdot K_S}{T_M \cdot p^2 + p + K_i \cdot K_S} = \frac{1}{\frac{T_M}{K_i \cdot K_S} \cdot p^2 + \frac{1}{K_i \cdot K_S} p + 1} \rightarrow H(p) = \frac{V(p)}{V_C(p)} = \frac{1}{\frac{T_M}{K_i \cdot K_S} \cdot p^2 + \frac{1}{K_i \cdot K_S} p + 1}$

Système du 2^{ème} ordre avec :

$K = 1$; $\frac{1}{\omega_0^2} = \frac{T_M}{K_i \cdot K_S} \rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{K_i \cdot K_S}{T_M}}$; $\frac{2 \cdot z}{\omega_0} = \frac{1}{K_i \cdot K_S} \rightarrow z = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{K_i \cdot K_S \cdot T_M}}$

Q.11. FTBO de classe 1 \rightarrow erreur statique nulle \rightarrow C.d.C.F. ok.

Q.12. $D_1 = e^{-\frac{z \cdot \pi}{\sqrt{1-z^2}}} = 0,1 \rightarrow -\frac{z \cdot \pi}{\sqrt{1-z^2}} = \ln 0,1 \rightarrow z^2 \cdot \pi^2 = (\ln 0,1)^2 \cdot (1-z^2)$

$\rightarrow z^2 \cdot (\pi^2 + (\ln 0,1)^2) = (\ln 0,1)^2 \rightarrow z = \sqrt{\frac{(\ln 0,1)^2}{\pi^2 + (\ln 0,1)^2}} = 0,6$

$z = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{K_i \cdot K_S \cdot T_M}} \rightarrow 4 \cdot z^2 = \frac{1}{K_i \cdot K_S \cdot T_M} \rightarrow K_i = \frac{1}{4 \cdot z^2 \cdot K_S \cdot T_M}$

A.N. : $K_i = \frac{1}{4 \times 0,6^2 \times 0,67 \times 6,23} = 0,17$

Q.13. Pour $z = 0,6$ on a $t_{5\%} \cdot \omega_0 = 5$ avec $\omega_0 = \sqrt{\frac{K_i \cdot K_S}{T_M}} \rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{0,17 \times 0,67}{6,23}} = 0,13$ rad/s

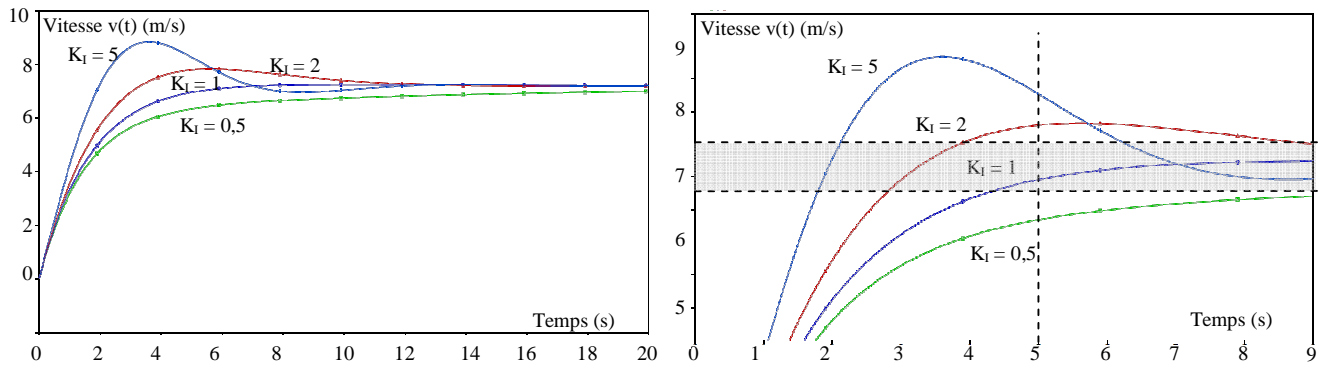
$$\rightarrow t_{5\%} = \frac{5}{\omega_0} = \frac{5}{0,13} = 38,5 \text{ s} \rightarrow \text{Système très lent.}$$

Q.14. Temps de réponse minimal pour $z = 0,7 \rightarrow K_i = \frac{1}{4 \times 0,7^2 \times 0,67 \times 6,23} = 0,12 \rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{0,12 \times 0,67}{6,23}} = 0,11$

$$\rightarrow t_{5\%} = \frac{3}{\omega_0} = \frac{3}{0,11} = 27,2 \text{ s} \rightarrow \text{Système trop lent encore.}$$

L'action intégrale pure ne permet pas de corriger le système correctement.

Q.15.



$K_I = 1$ est le bon gain qui permet de respecter le critère de rapidité, de précision et de dépassement imposé par le C.d.C.F..

Q.16. Il faudrait déterminer la fonction de transfert qui permet de passer de la vitesse du vent à une action mécanique sous forme de couple résistant. Dans le sujet on suppose que l'action du vent est modélisable par un couple résistant sous forme de perturbation en échelon. Avec le correcteur PI il y a un intégrateur dans la boucle ouverte en amont de la perturbation, l'erreur en régulation est donc nulle.