

## CORRIGE

**Question 18 :** A l'aide du tracé expérimental de la figure 16 qui correspond à l'augmentation de tension  $U_t$  en sortie du capteur de température, déterminer la forme générale de la fonction de transfert du système en Boucle ouverte défini par le rapport :

$$FTBO = \frac{U_t}{U_c}$$

Pour cela vous montrerez que cette FTBO est une fonction de transfert du 2<sup>ème</sup> ordre, vous déterminerez la nature de ses pôles et la valeur de son gain.

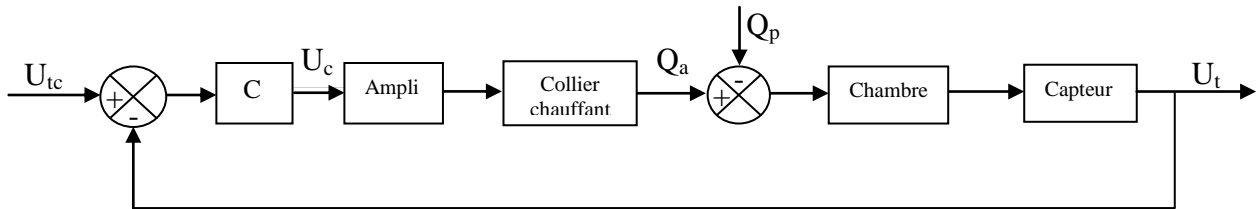
La réponse à l'échelon de tension :

- présente une tangente horizontale à l'origine,
- est aperiodique amorti.

Par conséquent la forme proposée, fonction de transfert du **second ordre** avec pôles **réels négatifs**.

La valeur finale est égale à 5V, alors que l'échelon de tension est de 10V, donc la valeur du **gain est de 0,5**.

**Question 19 :** Tracer le schéma bloc de la régulation afin d'avoir un retour unitaire, une entrée  $U_{tc}$  et la sortie  $U_t$ .



**Question 20 :** Déterminer la valeur du gain du capteur de température. Dédire de ce résultat et de la contrainte de précision en température, la contrainte de précision en tension.

Le passage de 0 à 10v correspond à une élévation de la température de 17 à 37°C, c'est-à-dire une augmentation de 20°C. Donc le gain du capteur de température est de  $10V/20^\circ C = 0,5 V/^\circ C$ .

La contrainte de précision en température est donc de  $\pm 0,5^\circ C \times 0,5 V/^\circ C = \pm 0,25V$ .

**Question 21 :** Calculer le temps de réponse à 5% du système régulé, en vous aidant de la figure 15 : « Temps de réponse réduit pour second ordre ». Réalisez l'application numérique. Conclure par rapport à la contrainte du cahier des charges.

Il faut calculer la FTBF. Le système est à retour unitaire donc :

$$H_{bf}(p) = \frac{U_t(p)}{U_{tc}(p)} = \frac{H_{bo}(p)}{1 + H_{bo}(p)}$$

$$H_{bf}(p) = \frac{\frac{1}{3}}{1 + 70p + \frac{1000}{3}p^2}$$

D'où l'on déduit :

- la pulsation propre  $\omega_n$  telle que :  $\omega_n^2 = \frac{3}{1000} = 30 \cdot 10^{-4} \Rightarrow \omega_n = 5,5 \cdot 10^{-2} \text{ rd/s}$
- le facteur d'amortissement  $\xi$  tel que :  $\frac{2 \cdot \xi}{\omega_n} = 70 \Rightarrow \xi = 1,9$
- le gain  $K_{bf} = 0,3$

A partir de l'abaque « Temps de réponse réduit pour second ordre » on obtient :

$$\omega_n \cdot tr_{5\%} \approx 11 \Rightarrow tr_{5\%} = 200 \text{ s}$$

Incompatible avec le cahier des charges (Montée en température rapide : 3 mn maximum).

**Question 22 :** Calculer l'écart pour une entrée en échelon (écart de position). Réalisez l'application numérique. Conclure par rapport à la contrainte du cahier des charges.

$$\varepsilon_s = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p\varepsilon(p)$$

$$\varepsilon(p) = U_{tc}(p) - U_t(p) = U_{tc}(p) - \varepsilon(p)H_{bo}(p) \Rightarrow \varepsilon(p) = \frac{U_{tc}(p)}{1 + H_{bo}(p)} = \frac{U_{tc}}{p(1 + H_{bo}(p))}$$

$$p\varepsilon(p) = \frac{U_{tc}}{1 + H_{bo}(p)} \Rightarrow \varepsilon_s = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{U_{tc}}{1 + H_{bo}(p)} = \frac{10}{1 + 0,5} = 6,6 \text{ V}$$

Incompatible avec le cahier des charges (+/- 0,25V).

**Question 23 :** Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert en Boucle ouverte du système ; utiliser le document réponse (Tracé de Bode), sur lequel vous réaliserez le tracé du gain et du déphasage.

Préciser :

- les asymptotes,
- l'expression du module en décibels et du déphasage en fonction de la pulsation  $\omega$ ,
- les valeurs du gain en décibels et du déphasage pour  $\omega=0,01$   $\omega=0,1$  et  $\omega=1$ ,
- l'allure réelle des courbes de gain et de phase.

$$\text{On procède par superposition : } H_{bo}(p) = 0,5 \frac{1}{1 + 5p} \cdot \frac{1}{1 + 100p}$$

Pulsations de cassure du diagramme asymptotique  $\omega_1 = 0,2 \text{ rd/s}$  ;  $\omega_2 = 0,01 \text{ rd/s}$

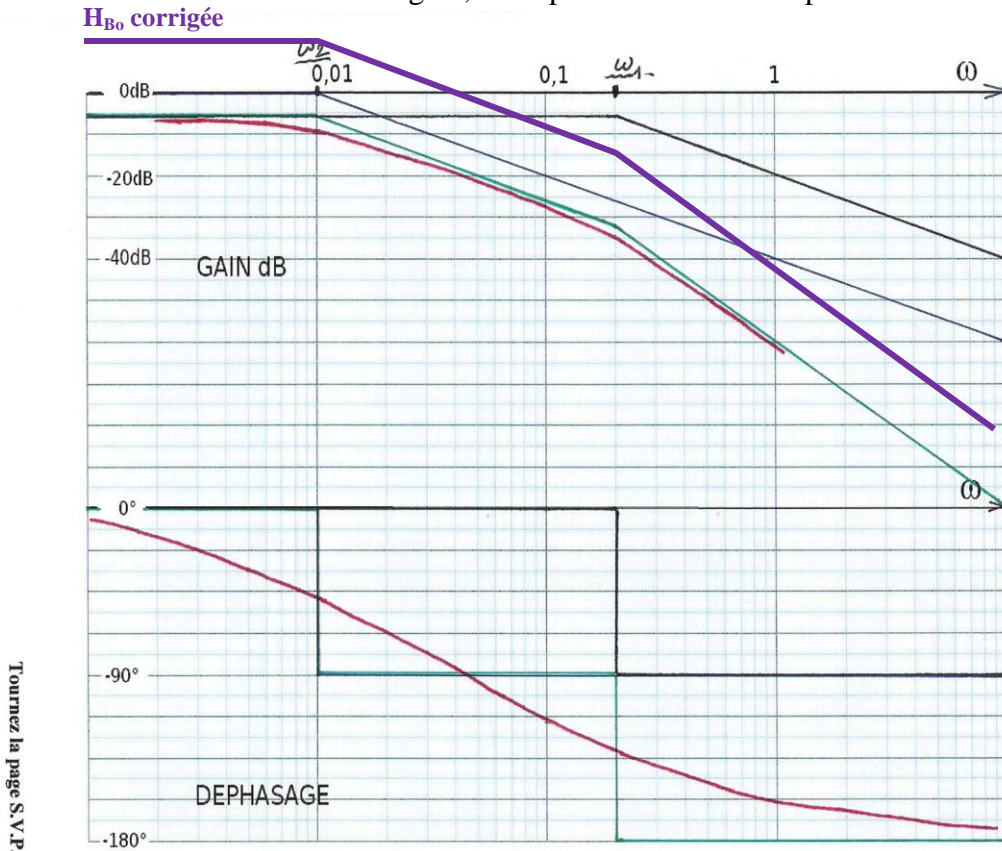
$$\text{Qd } \omega \rightarrow 0 \quad H_{bo} \rightarrow 0,5 \Rightarrow |H_{bo}(j\omega)| \rightarrow -6 \text{ dB et } \text{Arg}(H_{bo}(j\omega)) \rightarrow 0^\circ$$

$$|H_{bo}(j\omega)|_{\text{dB}} = 20 \log \frac{0,5}{\sqrt{1 + 25 \cdot \omega^2} \sqrt{1 + 10^4 \cdot \omega^2}}$$

$$\text{Arg}(H_{bo}(j\omega)) = - \text{Arc tan}(5 \cdot \omega) - \text{Arc tan}(100 \cdot \omega)$$

$\omega$ (rd/s)	0,01	0,1	1
$ H_{bo}(j\omega) _{dB}$	- 9	- 27	- 60,1
$Arg(H_{bo}(j\omega))$	- 47,8	- 110,9	- 168,1

Valeurs du gain, de la phase à différentes pulsations



**Question 24 :** *Que pensez vous des marges de gain et de phase?*

Les marges de gain et de phase sont infinies.

**Question 25 :** pour  $C(p) = K$ , correcteur action Proportionnelle.

*Compte tenu de la contrainte de non dépassement, choisir la valeur optimale du coefficient d'amortissement puis déterminer la valeur du correcteur qui optimise les performances du système. Sur le document réponse, tracer le lieu de transfert de la FTBO du système corrigé dans Black en vous appuyant sur le tracé initial.*

La valeur minimum du coefficient d'amortissement pour qu'il n'y ait pas dépassement est de 1.

$$H_{bo2}(p) = \frac{0,5K}{(1 + 5p)(1 + 100p)}$$

Il faut calculer la FBTF

$$H_{bf2}(p) = \frac{H_{bo2}(p)}{1 + H_{bo2}(p)} = \frac{0,5K}{0,5K + (1+5p)(1+100p)} = \frac{0,5K}{0,5K + 1 + 105p + 500p^2}$$

$$H_{bf2}(p) = \frac{\frac{0,5K}{0,5K+1}}{1 + \frac{105}{0,5K+1}p + \frac{500}{0,5K+1}p^2}$$

$$\text{Pulsation propre : } \omega_n = \sqrt{\frac{1 + 0,5 \cdot K}{500}}$$

$$\text{Facteur d'amortissement, il est tel que : } \frac{2 \cdot \xi}{\omega_n} = \frac{105}{1 + 0,5 \cdot K} \Rightarrow \xi = \frac{105}{2 \cdot \sqrt{500} \cdot \sqrt{1 + 0,5 \cdot K}}$$

$$\text{Condition de non dépassement : } \xi \geq 1 \Leftrightarrow K \leq 9,02$$

On choisit  $K = 9$  alors  $\xi \approx 1$  la réponse indicielle est apériodique critique.

Par conséquent, sur le diagramme de Bode, on translate le lieu de transfert en B.O. dans la direction verticale de  $20 \log 9$ , c'est-à-dire d'environ 19 dB.

**Question 26 :** Déterminer les éléments de performances, temps de réponse à 5% et écart de position. Faire l'application numérique. Conclure par rapport aux contraintes du cahier des charges.

$$\text{Pulsation propre : } \omega_n = \sqrt{\frac{1 + 0,5 \cdot 9}{500}} = \sqrt{\frac{5,5}{500}} \approx 0,1 \text{ rd/s}$$

A partir de l'abaque « Temps de réponse réduit pour second ordre », on obtient :

$\omega_n \cdot tr_{5\%} \approx 5 \Rightarrow tr_{5\%} = 50 \text{ s}$  Compatible avec le cahier des charges (Montée en température rapide : 3 mn maximum).

$$\text{Fonction de transfert de classe 0 (zéro)} \Rightarrow \varepsilon_s = \frac{10}{1 + G_{FTBO}} = \frac{10}{1 + 0,5 \times 9} = 1,8V$$

**Incompatible** avec le cahier des charges.

**Question 27 :** pour  $C(p) = \frac{K}{T_i p} (1 + T_i p)$  action Proportionnelle et Intégrale.

Ecrire l'expression de la nouvelle FTBO. Afin d'améliorer la rapidité du système, déterminer la valeur de  $T_i$  qui permet d'éliminer la plus grande constante de temps de la FTBO initiale. Puis déterminer la valeur de  $K$  qui optimise les performances du système toujours compte tenu des contraintes du cahier des charges.

$$H_{bo3}(p) = \frac{K}{T_i p} (1 + T_i p) \frac{0,5}{(1 + 5p)(1 + 100p)}$$

La plus grande constante de temps est 100s. Il faut donc choisir  $T_i = 100s$ .

$$H_{bo3}(p) = \frac{5 \cdot 10^{-3} K}{p(1+5p)} \quad H_{bf3}(p) = \frac{5 \cdot 10^{-3} K}{p(1+5p)} = \frac{5 \cdot 10^{-3} K}{1 + \frac{5 \cdot 10^{-3} K}{p(1+5p)}} = \frac{5 \cdot 10^{-3} K}{5 \cdot 10^{-3} K + p(1+5p)} = \frac{1}{1 + \frac{200}{K} p + \frac{1000}{K} p^2}$$

$$\text{Pulsation propre : } \omega_n = \sqrt{\frac{K}{1000}}$$

$$\text{Facteur d'amortissement, il est tel que : } \frac{2 \cdot \xi}{\omega_n} = \frac{200}{K} \Rightarrow \xi = \frac{200}{2K} \sqrt{\frac{K}{1000}}$$

$$\text{Condition de non dépassement : } \xi \geq 1 \Leftrightarrow K \leq 10$$

**Question 28 :** Déterminer les éléments de performances, temps de réponse à 5% et écart de position. Faire l'application numérique. Conclure par rapport aux contraintes du cahier des charges.

$$\text{Pulsation propre : } \omega_n = 0,1 \text{ rd/s}$$

A partir de l'abaque « Temps de réponse réduit pour second ordre », on obtient :

$$\omega_n \cdot tr_{5\%} \approx 5 \Rightarrow tr_{5\%} = 50 \text{ s} \quad \text{Inchangé et compatible avec le cahier des charges (Montée en température rapide : 3 mn maximum).}$$

$$\text{Fonction de transfert de classe 1} \Rightarrow \varepsilon_s = 0V : \text{Conforme au cahier des charges.}$$

**Question 29 :** Calculer la marge de phase du système corrigé. Vérifier ce résultat graphiquement.

$$|H_{bo3}(j\omega)|_{dB} = 20 \log \frac{0,05}{\omega \sqrt{1+25 \cdot \omega^2}} = 1 \Rightarrow \omega^2 (1+25 \cdot \omega^2) - 0,05^2 = 0 \Rightarrow \omega = 0,048 \text{ rd/s}$$

$$M\phi = 180^\circ + \text{Arg}(H_{bo3}(j\omega)) = 180 - 90^\circ - \text{Arc tan}(5 \cdot 0,048) = 77^\circ$$