

Q1 –

Onduleur triphasé + machine synchrone + codeur + carte de commande permettant la rétroaction sur l'onduleur. On calcul à tout instant les trois courants à envoyer dans les 3 phases de la MS pour assurer que le champ magnétique que créent les 3 bobines (souvent au stator) soient bien à 90° du champ induit (souvent au rotor). Pour ce type de puissances, la machine synchrone sera à aimants permanents (meilleur couple massique).

Q2 –

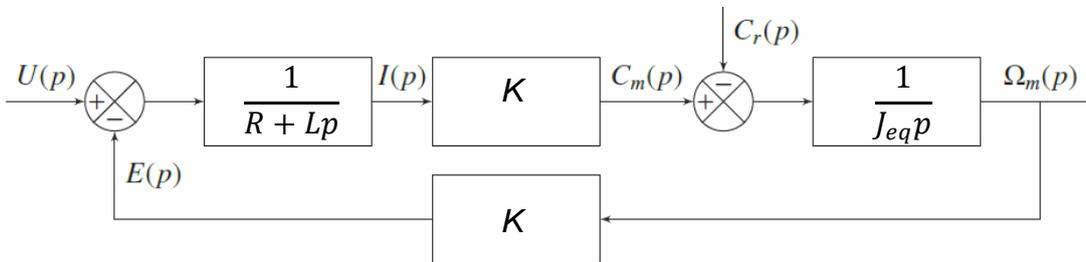
$$(1) u(t) = L \frac{di}{dt} + Ri(t) + e(t) \xrightarrow{L} U(p) = LI(p) + RI(p) + E(p)$$

$$(2) c_m(t) = K_c i(t) \xrightarrow{L} C_m(p) = K_c I(p)$$

$$(3) e(t) = K_e \omega_m(t) \xrightarrow{L} E(p) = K_e \Omega_m(p)$$

$$(4) J_{eq} \frac{d\omega_m}{dt} = c_m(t) - c_r(t) \xrightarrow{L} C_m(p) - C_r(p) = J_{eq} p \Omega_m(p)$$

Q3 –



Q4 –

$$\begin{aligned} \Omega_m(p) &= \frac{1}{J_{eq} p} \left[-C_r(p) + \frac{K}{R + Lp} (U(p) - K \Omega_m(p)) \right] \Leftrightarrow \Omega_m(p) \left[1 + \frac{1}{J_{eq} p} \frac{K^2}{R + Lp} \right] = \frac{-1}{J_{eq} p} C_r(p) + \frac{1}{J_{eq} p} \frac{K}{R + Lp} U(p) \\ &\Leftrightarrow \Omega_m(p) \left[\frac{(R + Lp) J_{eq} p}{K^2} + 1 \right] = -\frac{R + Lp}{K^2} C_r(p) + \frac{1}{K} U(p) \\ &\Leftrightarrow \Omega_m(p) = \underbrace{-\frac{\frac{R}{K^2} \left(1 + \frac{L}{R} p \right)}{1 + \frac{R J_{eq}}{K^2} p + \frac{L J_{eq}}{K^2} p^2}}_{H_2(p)} C_r(p) + \underbrace{\frac{\frac{1}{K}}{1 + \frac{R J_{eq}}{K^2} p + \frac{L J_{eq}}{K^2} p^2}}_{H_1(p)} U(p) \end{aligned}$$

Q5 –

$$H_1(p) = \frac{K_m}{(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p)} = \frac{K_m}{1 + (\tau_1 + \tau_2)p + \tau_1 \tau_2 p^2}, \text{ on identifie donc } \begin{cases} K_m = 1/K \\ \tau_1 + \tau_2 = \frac{R J_{eq}}{K^2} \approx \tau_1 \\ \tau_1 \tau_2 = \frac{L J_{eq}}{K^2} \end{cases}$$

Ainsi $\tau_2 \approx \frac{L J_{eq}}{\tau_1 K^2} \approx \frac{L}{R}$ constante de temps électrique.

Application numérique précise sans supposer $\tau_1 \gg \tau_2$: $\tau_1 = 0.027s$ et $\tau_2 = 0.0023s \rightarrow$ hypothèse pas aberrante.

Q6 –

Pour un premier ordre, $G_{dB} = \text{cste}$ (et $\varphi = 0$) tant que $\omega \ll \omega_c = \frac{1}{\tau_e}$. Ici la bande passante est donnée par la pulsation maximale d'utilisation, donc le gain reste constant tant que $\omega \ll 2\pi f_c = 125\,000 \text{ rad/s}$. Or la pulsation la plus rapide du système est $\frac{1}{\tau_2} \approx 500 \text{ rad/s}$, effectivement très loin de la limite de bande passante du capteur.

Q7 –

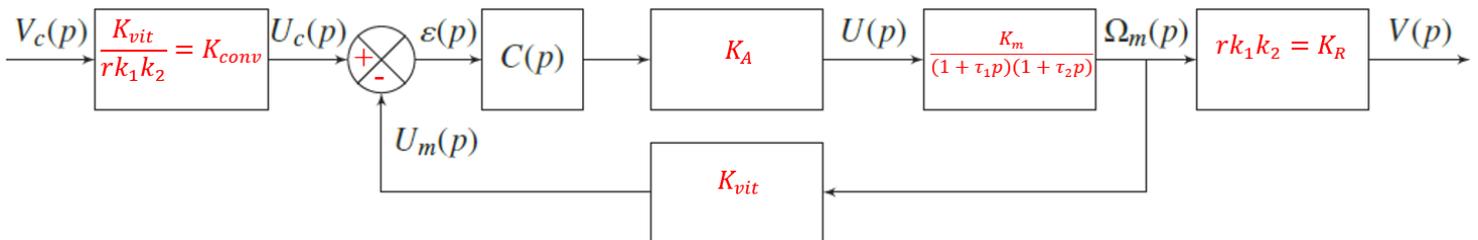
$V(t) = r\omega_{roue}(t) = rk_1k_2\omega_m(t)$ d'où (avec les CI nulles) $V(p) = rk_1k_2\Omega_m(p) \rightarrow$ on en déduit : $K_R = rk_1k_2$

Par ailleurs, on veut que $\varepsilon(p) = 0$ ssi $V_c(p) = V(p)$. Or $\varepsilon(p) = K_{conv}V_c(p) - \frac{K_{vit}}{K_R}V(p)$ donc $K_{conv} = \frac{K_{vit}}{K_R}$

Application numérique :

$$K_R = 0,115 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{28,9} \rightarrow K_R = 9,95 \cdot 10^{-4} \text{ m} \cdot \text{rad}^{-1} \quad \text{et} \quad K_{conv} = \frac{1,4 \cdot 10^{-3}}{9,95 \cdot 10^{-4}} \rightarrow K_{conv} = 1,407 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}$$

Q8 –



Q9 –

$$V(p) = K_R H_1(p) K_A C(p) \left[K_{conv} V_c(p) - \frac{K_{vit}}{K_R} V(p) \right] \text{ avec } C(p) = 1, K_R K_{conv} = K_{vit}$$

$$\Leftrightarrow V(p) [1 + H_1(p) K_A K_{vit}] = K_{vit} H_1(p) K_A V_c(p) \Leftrightarrow \frac{V(p)}{V_c(p)} = \frac{K_{vit} K_A \frac{K_m}{(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p)}}{1 + K_{vit} K_A \frac{K_m}{(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p)}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{V(p)}{V_c(p)} = \frac{K_{vit} K_A K_m}{(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p) + K_{vit} K_A K_m} = \frac{\frac{K_{vit} K_A K_m}{1 + K_A K_{vit} K_m}}{1 + \frac{\tau_1 + \tau_2}{1 + K_A K_{vit} K_m} p + \frac{\tau_1 \tau_2}{1 + K_A K_{vit} K_m} p^2}$$

Par identification :

$$K = \frac{K_{vit} K_A K_m}{1 + K_A K_{vit} K_m}$$

$$K = 8,9 \cdot 10^{-2} \text{ (sans unité)}$$

$$\frac{1}{\omega_0^2} = \frac{\tau_1 \tau_2}{1 + K_A K_{vit} K_m}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1 + K_A K_{vit} K_m}{\tau_1 \tau_2}}$$

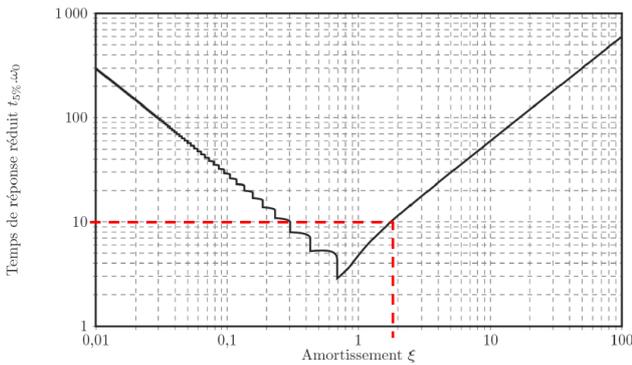
$$\omega_0 = 133 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\frac{2\xi}{\omega_0} = \frac{\tau_1 + \tau_2}{1 + K_A K_{vit} K_m}$$

$$\xi = \frac{\omega_0}{2} \frac{\tau_1 + \tau_2}{1 + K_A K_{vit} K_m}$$

$$\xi = 1,77$$

Q10 –



Graphiquement pour $\xi = 1,77$ on obtient un temps de réponse réduit de 10, on en déduit le temps de réponse à 5%. $\rightarrow t_{r5\%} = \frac{10}{\omega_0} = 0,075s$

L'exigence Id1131 impose un temps de réponse minimum tout en limitant l'accélération à $0.8m.s^{-2}$. Pour la réponse indicielle d'un système du second ordre le temps de réponse est minimal pour un coefficient d'amortissement de 0,7 mais dans notre cas

l'accélération est déjà trop importante.

L'exigence Id1131 n'est donc pas respectée.

Pour la respecter, on peut soit utiliser un trapèze de vitesse pour limiter l'accélération soit diminuer le gain de la FTBO.

Q11 –

En notant V_0 l'amplitude de l'échelon de vitesse, l'erreur (statique) en régime permanent pour ce système de classe $\alpha = 0$, est donnée par $\varepsilon_s = \frac{V_0}{1-K} \neq 0$ car le gain statique (K) n'est pas égal à 1.

\rightarrow Pour rendre cette erreur nulle, il faut augmenter la classe du système ($\alpha \geq 1$) à l'aide d'un correcteur.

Q12 –



À basse fréquence, ce correcteur ajoute bien à la FTBO un « $1/p$ » donc une action intégrale, l'erreur statique sera nulle, comme proposé en **Q11**.

Q13 –

Avec $C(p) = K_p \frac{1+T_i p}{T_i p}$, et à partir du schéma bloc, on a :

$$H_{BO}(p) = \frac{K_p K_A K_m K_{vit} (1 + T_i p)}{(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p) T_i p} = \frac{K_p K_A K_m K_{vit}}{T_i} \frac{(1 + T_i p)}{p(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p)}$$

On a bien la forme demandée avec $K_{BO} = \frac{K_p K_A K_m K_{vit}}{T_i}$ et $\alpha = 1$ (suffisant pour une entrée échelon).

Q14 –

Oui l'erreur statique est nulle car la classe de la FTBO est 1.

Q15 –

Le mode le plus lent correspond à la constante de temps la plus grande, on choisit donc $\tau_i = \tau_1$

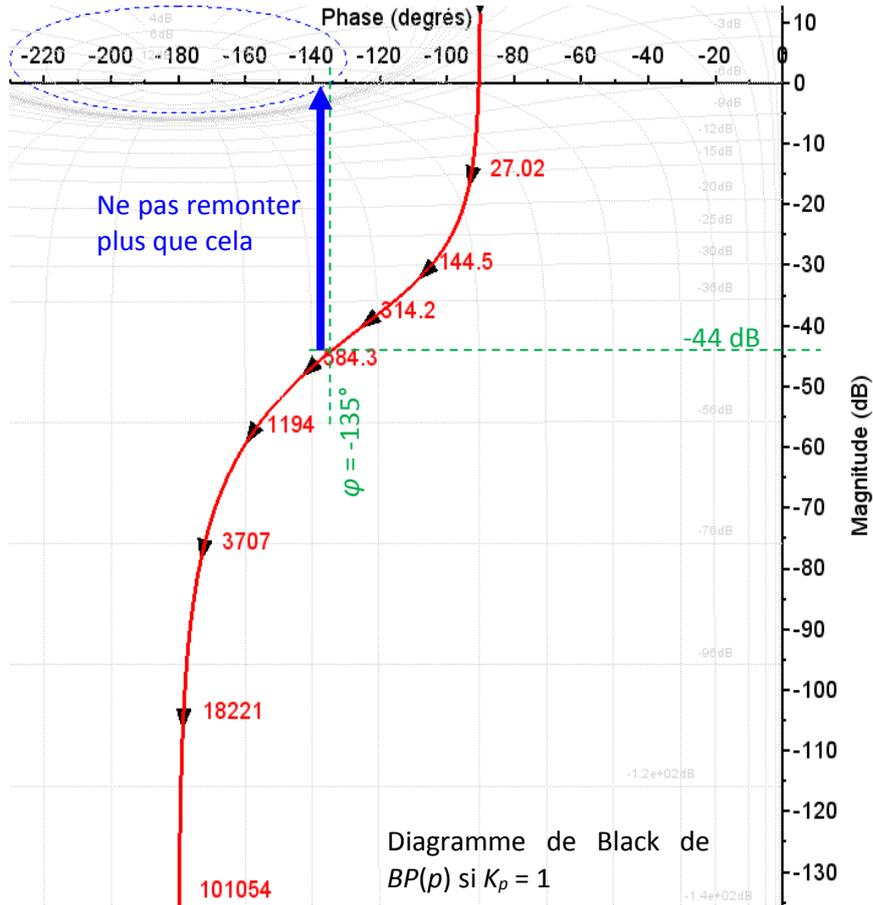
$$\rightarrow H_{BO}(p) = \frac{K_p K_A K_m K_{vit}}{\tau_i} \cdot \frac{1}{p(1+\tau_2 p)}$$

Q16 –

On veut $M\varphi = 45^\circ$ (minimum) soit $\varphi(\omega_{0dB}) \geq -135^\circ$ Il faut donc $\omega_{0dB} = \frac{1}{\tau_2} \leq 435 \text{ rad.s}^{-1}$, or le gain est :

$$G(\omega) = \frac{3,7 K_p}{\omega \sqrt{1+\tau_2^2 \omega^2}} \text{ (PAS en décibel ici). Donc } G_{dB}(\omega_{0dB}) = 0 \Leftrightarrow G(\omega_{0dB}) = 1 \text{ donne } K_p \leq \frac{\sqrt{2}}{3,7\tau_2} = 166 \text{ (sans unité).}$$

On donne le diagramme de Black de la FTBO si $K_p = 1$.



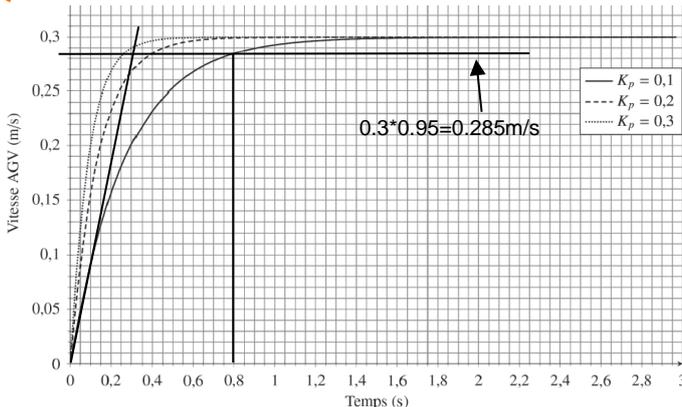
Q17 –

Pour ne pas entrer dans l'ellipse limite à 2.3 dB sur la FTBF (classique) on impose une $M\varphi = 45^\circ$.

ici le gain est très en dessous de 0dB donc on est très stable avec $K_p = 1$. On peut remonter jusqu'à ce que la courbe croise 0dB en $\varphi = -135^\circ$, pas plus (limite). Donc on peut remonter de 44 dB.

$$\rightarrow 20 \log(K_p) \leq 44 \text{ dB} \Leftrightarrow K_p \leq 10^{\frac{44}{20}} = 160, \text{ en accord avec le résultat numérique précédent.}$$

Q18 –



Dans les 3 cas, $K_p < 166$, le critère de stabilité est donc respecté. En regardant la pente maximale a_{max} :

Pour $K_p=0,1$	$t_{r5\%}=0,8\text{s}$	$a = \frac{0,3}{0,35} = 0,86 \text{ ms}^{-2}$
Pour $K_p=0,2$	$t_{r5\%}=0,4\text{s}$	$a = \frac{0,3}{0,15} = 2 \text{ ms}^{-2}$
Pour $K_p=0,3$	$t_{r5\%}=0,25\text{s}$	$a = \frac{0,3}{0,1} = 1 \text{ ms}^{-2}$

Aucune des 3 valeurs de K_p ne convient car on a toujours une valeur d'accélération $>0,8\text{ms}^{-2}$. Il est impossible de répondre à la fois aux trois exigences en même temps. Ici, la précision et stabilité ont été privilégiées au détriment de la rapidité, ce qui est cohérent avec le contexte d'un système d'imagerie médicale.