

Proposition de corrigé

Concours : Banque PT

Année : 2020

Filière : PT

Épreuve : Sciences Industrielles B

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'[UPSTI](#) (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles).

La distribution et la publication de ce document sont strictement interdites !

Conditions de diffusion

Ce document n'a pas vocation à être diffusé, et sa consultation est exclusivement réservée aux adhérents de l'UPSTI.

Les adhérents peuvent en revanche s'en inspirer librement pour toute utilisation pédagogique.

Si vous constatez que ce document est disponible en téléchargement sur un site tiers, veuillez s'il vous plaît nous en informer [à cette adresse](#), afin que nous puissions protéger efficacement le travail de nos adhérents.

Licence et Copyright

Toute représentation ou reproduction (même partielle) de ce document faite sans l'accord de l'UPSTI est **interdite**. Seuls le téléchargement et la copie privée à usage personnel sont autorisés (protection au titre des [droits d'auteur](#)).

L'équipe UPSTI

Une attraction nommée AEROBAR

Corrigé UPSTI

PARTIE 1

I - Validation de l'exigence de rentabilité de l'attraction

I.1 - Contraintes cinématiques imposées par l'exigence 1.1

Question 1 Donner l'expression du nombre de cycles $N_{c,h}$ à réaliser en une heure d'exploitation pour satisfaire l'exigence liée au nombre de clients ; donner en conséquence l'expression du temps de cycle T_c en heures ; les réponses seront données en fonction de N_j , N_p , T_{exp} ; donner la valeur numérique de $N_{c,h}$ et la valeur de T_c en minutes.

$$N_j = 1050 \text{ Clients/jour} ; N_p = 16 \text{ Clients/cycle} ; T_{exp} = 12 \text{ h/jour}$$

$$N_j/N_p \text{ cycles/jour}$$

$$\Rightarrow N_{c,h} = \frac{N_j}{N_p \cdot T_{exp}} \text{ cycles/h}$$

$$T_c = 1/N_{c,h}$$

$$\Rightarrow T_c = \frac{N_p \cdot T_{exp}}{N_j}$$

Applications numériques :

$$N_{c,h} \approx 5,5 \text{ cycles/h}$$

$$T_c \approx 11 \text{ min}$$

Question 2 Donner l'expression de T_c^e en fonction de T_c , T_c^1 , T_c^3 , T_c^5 ; effectuer l'application numérique donnant T_c^e en minutes.

$$T_c^e = \frac{T_c - T_c^1 - T_c^3 - T_c^5}{2}$$

$$T_c^e \approx 1,5 \text{ min}$$

Question 3 Exprimer la vitesse d'élévation V de la nacelle est fonction de ω_{mot}^e , i^e , R^e .

$$V = \frac{\omega_{mot}^e}{i^e} \cdot R^e$$

Question 4 Donner l'expression de la vitesse en régime permanent V^e en fonction de H^e , τ^e et T_c^e puis effectuer l'application numérique (unité S.I.) ; exprimer le rapport de réduction i^e permettant d'obtenir cette vitesse V^e en régime permanent pour un régime moteur donné ω_{mot}^e , en fonction de ω_{mot}^e , H^e , R^e , τ^e et T_c^e .

Cf Annexe E : la distance totale parcourue correspond à l'aire sous la courbe des vitesses

$$H^e = V^e \cdot (T_c^e - \tau^e)$$

$$V^e = \frac{H^e}{(T_c^e - \tau^e)}$$

$$V^e = 0,394 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$V = \frac{\omega_{mot}^e}{i^e} \cdot R^e \Rightarrow i^e = \frac{R^e \cdot \omega_{mot}^e}{V^e}$$

$$i^e = \frac{R^e \cdot (T_c^e - \tau^e) \cdot \omega_{mot}^e}{H^e}$$

I.2 - Choix de composants pour la motorisation et la transmission

Question 5 Donner l'expression de l'effort de traction dans un câble en fonction de M_n , m_p , N_p , et g ; effectuer l'application numérique ; donner l'expression du couple C_r à transmettre en sortie du réducteur en fonction de F_c et R^e ; effectuer l'application numérique en $N \cdot m$.

On se place en régime permanent. Le théorème de la résultante dynamique en projection sur \vec{z} donne :

$$F_c = \frac{[M_n + (N_p + 1) \cdot m_p] \cdot g}{3} \approx \frac{[3900 + (16 + 1) \cdot 77] \cdot 10}{3}$$

$$F_c = 17369 \text{ N}$$

$$C_r = F_c \cdot R^e$$

$$C_r = 7987 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Question 6 Le rendement de la chaîne de transmission est noté $\eta^e = 0,85$. Donner l'expression de la puissance motrice nécessaire au niveau d'un actionneur, en régime permanent, notée P_m^e , en fonction de F_c , η^e et V^e puis effectuer l'application numérique ; proposer la référence de moteur la plus compacte permettant de satisfaire ce besoin en puissance.

$$P_s = F_c \cdot V^e \text{ et } P_m^e = P_s / \eta^e$$

$$P_m^e = \frac{F_c \cdot V^e}{\eta^e}$$

$$P_m^e = 8056 \text{ W}$$

Selon l'annexe F :

$$DRN132L4 - P_N = 9,2 \text{ kW}$$

Question 7 Exprimer la durée de fonctionnement h_r en heures d'un réducteur correspondant au nombre de jours d'exploitation souhaités entre deux maintenances en fonction de N_{jours} , T_c^e , $N_{c,h}$, T_{exp} ; effectuer l'application numérique donnant le facteur de durée f_{h2} (voir annexe G); donner la valeur numérique du rapport de réduction i^e permettant d'avoir la bonne vitesse d'élévation pour le régime moteur nominal; donner la référence d'un réducteur et le rapport de réduction associé permettant de respecter les temps de montée et de descente souhaités, capable de transmettre le couple nécessaire à l'élévation, et compatible avec la fréquence de maintenance souhaitée; justifier le choix.

$$N_{jour} = 3500 \text{ jours}$$

Le réducteur fonctionne pendant $2 \cdot T_c^e$ pendant un cycle.

Pendant 1 jour, il y a T_{exp} heures / jour et $N_{c,h}$ cycles par heure.

$$h_r = 2 \cdot T_c^e \cdot T_{exp} \cdot N_{c,h} \cdot N_{jour}$$

$$h_r = 11375 \text{ h}$$

$$\omega_{2r} = \frac{V^e}{R^e} \Rightarrow n_{2r} = \frac{30}{\pi} \cdot \omega_{2r} = 8,2 \text{ tr/min}$$

$$f_{2r} = n_{2r} \cdot h_r = 93125 \approx 10^5$$

D'après Q4 :

$$i^e = \frac{1470}{8,2} = 179$$

On retient le modèle RA1700 (D) - $i=175,56$. Le couple maxi en sortie est de $11510 \text{ N.m} > 7987 \text{ N.m}$ (un couple supérieur est nécessaire pour accélérer à la montée, mais une réserve est disponible).

PARTIE 2

II - Validation de la sécurité de l'attraction

II.1 - Temps de réponse du système antichute.

Question 8 Après avoir précisé le théorème et l'équation utilisés, donner l'équation différentielle du mouvement de la nacelle en fonction de $v(t)$ et de l'accélération de la pesanteur g .

On isole la nacelle et les passagers et on applique le théorème de la résultante dynamique en projection suivant l'axe \vec{z} .

$$[M_n + (N_p + 1) \cdot m_p] \frac{dv(t)}{dt} = -[M_n + (N_p + 1) \cdot m_p] \cdot g$$

$$\frac{dv(t)}{dt} = -g$$

Question 9 Donner l'expression de $v(t)$ fonction de g et V^e . Donner l'expression de l'altitude $z(t)$ fonction de g et V^e .

Par intégration successive avec les conditions initiales (à $t=0s$) : $v = V^e$ et $z = 0$

$$v(t) = -g \cdot t + V^e$$

$$z(t) = -g \cdot \frac{t^2}{2} + V^e \cdot t$$

Question 10 Donner la valeur de t_{inv} ; donner la valeur de t_{stop} pour $p = 75 \text{ mm}$; donner la valeur de t_{stop} pour $p = 100 \text{ mm}$.

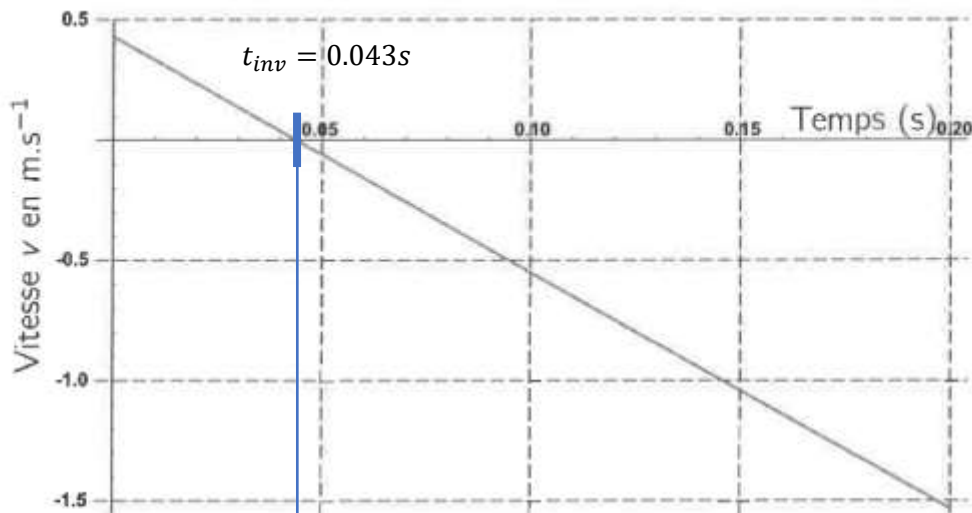


Figure 15 – Vitesse de la nacelle après rupture du câble de traction à $t = 0$

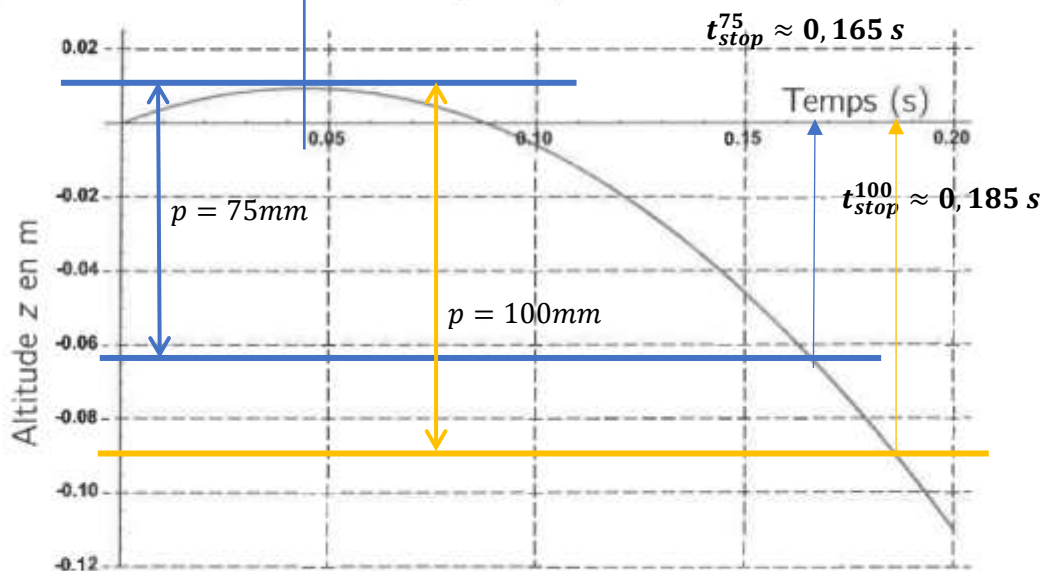


Figure 16 – Position de la nacelle après rupture du câble de traction à $t = 0$

Question 11 Donner la valeur de $v(t_{stop})$ pour $p = 75 \text{ mm}$ puis pour $p = 100 \text{ mm}$, calculer l'énergie cinétique $E_{c,n}$ de la nacelle au moment de l'accrochage pour $p = 75 \text{ mm}$ puis pour $p = 100 \text{ mm}$; donner en le justifiant, le pas p le plus intéressant.

Pour un pas de 75 mm :

$$v(t_{stop}^{75}) = -1,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$E_{c,n}(t_{stop}^{75}) = \frac{1}{2} [M_n + (N_p + 1) \cdot m_p] v(t_{stop}^{75})^2 = \frac{1}{2} 5200 \cdot 1,2^2 = 3744 \text{ J}$$

Pour un pas de 100 mm

$$v(t_{stop}^{100}) = -1,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$E_{c,n}(t_{stop}^{100}) = \frac{1}{2} 5200 \cdot 1,4^2 \approx 5200 \text{ J}$$

Pas le plus intéressant :

Pas de 75 mm

Il y a moins d'énergie cinétique accumulée → choc moins important

Temps d'arrêt diminué

Question 12 Proposer une fermeture géométrique permettant à terme d'obtenir le lien entre la position λ_t et l'angle θ_c .

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC} = \vec{0}$$

$$l_c \cdot \overrightarrow{u_c} + l_b \cdot \overrightarrow{u_b} - \delta_n \cdot \vec{i} - \lambda_t \cdot \vec{j} = \vec{0}$$

$$\left(\begin{array}{l} l_b \cdot \overrightarrow{u_b} = \delta_n \cdot \vec{i} + \lambda_t \cdot \vec{j} - l_c \cdot \overrightarrow{u_c} \\ l_b^2 = \delta_n^2 + \lambda_t^2 + l_c^2 - 2\delta_n \cdot l_c \cdot \cos\theta_c - 2\lambda_t \cdot l_c \cdot \sin\theta_c \end{array} \right) \text{ relation (II.1)}$$

Question 13 Donner l'expression, dans la base $(\overrightarrow{u_c}, \overrightarrow{v_c})$, de la vitesse du point G_c dans le mouvement du crochet (S_5) par rapport à la nacelle supposée fixe ici, en fonction de a_c et θ_c ; exprimer l'énergie cinétique $E_{c,c}$ du crochet (S_5) en fonction de J_c , m_c , a_c et θ_c .

$$\vec{V}_{G_c,5/0} = \vec{V}_{A,5/0} + \vec{\Omega}_{5/0} \wedge \overrightarrow{AG_c} = \vec{0} + \dot{\theta}_c \cdot \overrightarrow{w_c} \wedge a_c \cdot \overrightarrow{u_c}$$

$$\vec{V}_{G_c,5/0} = a_c \cdot \dot{\theta}_c \cdot \overrightarrow{v_c}$$

$$E_{c,c} = \frac{1}{2} \left\{ \begin{array}{l} \vec{\Omega}_{5/0} \\ \vec{V}_{G_c,5/0} \end{array} \right\}_{G_c} \otimes \left\{ \begin{array}{l} m_c \cdot \vec{V}_{G_c,5/0} \\ \vec{\sigma}_{G_c,5/0} \end{array} \right\}_{G_c} \text{ avec } \vec{\sigma}_{G_c,5/0} = J_c \cdot \dot{\theta}_c \cdot \overrightarrow{w_c}$$

$$E_{c,c} = \frac{1}{2} \cdot [(\dot{\theta}_c \cdot \overrightarrow{w_c}) \cdot (J_c \cdot \dot{\theta}_c \cdot \overrightarrow{w_c}) + (a_c \cdot \dot{\theta}_c \cdot \overrightarrow{v_c}) \cdot (m_c \cdot a_c \cdot \dot{\theta}_c \cdot \overrightarrow{v_c})]$$

$$E_{c,c} = \frac{1}{2} \cdot (J_c + m_c \cdot a_c^2) \cdot \dot{\theta}_c^2$$

Question 14 Exprimer l'énergie cinétique $E_{c,t}$ du tirant (S_4) en fonction de m_t et λ_t ; exprimer ensuite une approximation de cette énergie en fonction de m_t , l_c et θ_c .

Le mouvement du tirant est une translation (paramétrée par λ_t)

$$E_{c,t} = \frac{1}{2} \cdot m_t \cdot \dot{\lambda}_t^2$$

$$\lambda_t \approx l_c \cdot \theta_c + K_t \Rightarrow \dot{\lambda}_t \approx l_c \cdot \dot{\theta}_c$$

$$E_{c,t} = \frac{1}{2} \cdot m_t \cdot l_c^2 \cdot \dot{\theta}_c^2$$

Question 15 Exprimer l'énergie cinétique $E_{c,tcb}$ du système considéré $\{(S_4), (S_5), (S_6)\}$ en fonction de J_c, m_c, m_t, l_c et $\dot{\theta}_c$, en déduire l'expression de l'inertie équivalente du système notée $J_{c,eq}$.

$$E_{c,tcb} = E_{c,t} + E_{c,c} + \underbrace{E_{c,b}}_0$$

$$E_{c,tcb} = \frac{1}{2} \cdot (J_c + m_c \cdot a_c^2) \cdot \dot{\theta}_c^2 + \frac{1}{2} \cdot m_t \cdot l_c^2 \cdot \dot{\theta}_c^2 = \frac{1}{2} \cdot (J_c + m_c \cdot a_c^2 + m_t \cdot l_c^2) \cdot \dot{\theta}_c^2$$

$$J_{c,eq} = J_c + m_c \cdot a_c^2 + m_t \cdot l_c^2$$

Question 16 Exprimer la puissance $P_{p,t}$ de l'action de pesanteur sur le tirant (S_4) en fonction de m_t, g et $\dot{\lambda}_t$; exprimer la puissance $P_{p,c}$ de l'action de pesanteur sur le crochet (S_5) en fonction de m_c, g, a_c, θ_c et $\dot{\theta}_c$; exprimer la puissance $P_{r,c}$ de l'action du ressort (R_{15}) sur le crochet (S_5) en fonction de $k_{15}, \theta_c, \theta_{c0}$ et $\dot{\theta}_c$.

$$P_{p,t} = \vec{P}_t \cdot \vec{V}_{C,t/0} = (-m_t \cdot g \cdot \vec{j}) \cdot (\dot{\lambda}_t \cdot \vec{j})$$

$$P_{p,t} = -m_t \cdot g \cdot \dot{\lambda}_t$$

$$P_{p,c} = \vec{P}_c \cdot \vec{V}_{G_c,t/0} = (-m_c \cdot g \cdot \vec{j}) \cdot (a_c \cdot \dot{\theta}_c \cdot \vec{v}_c)$$

$$P_{p,c} = -m_c \cdot g \cdot a_c \cdot \dot{\theta}_c \cdot \cos(\theta_c)$$

$$P_{r,c} = \vec{C}_{R_{15} \rightarrow S_5} \cdot \vec{\Omega}_{S_5/S_1} = [-k_{15}(\theta_c - \theta_{c0}) \cdot \vec{w}] \cdot [\dot{\theta}_c \cdot \vec{w}]$$

$$P_{r,c} = -k_{15}(\theta_c - \theta_{c0}) \cdot \dot{\theta}_c$$

Question 17 Après avoir explicité le théorème utilisé, déduire des résultats précédents l'équation différentielle du mouvement du crochet (S_5) en fonction de $\ddot{\theta}_c, \theta_c, \theta_{c0}, k_{15}, l_c, a_c, m_t, m_c, J_{c,eq}$ et g .

On applique le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble des pièces en mouvement

Les liaisons sont supposées parfaites

$$\Sigma P = \frac{dE_c}{dt} \Rightarrow -m_t \cdot g \cdot \dot{\lambda}_t - m_c \cdot g \cdot a_c \cdot \dot{\theta}_c \cdot \cos(\theta_c) - k_{15}(\theta_c - \theta_{c0}) \cdot \dot{\theta}_c = \frac{d}{dt} \left[\frac{1}{2} J_{c,eq} \cdot \dot{\theta}_c^2 \right]$$

Avec $\dot{\lambda}_t \approx l_c \cdot \dot{\theta}_c$:

$$-m_t \cdot g \cdot l_c \cdot \dot{\theta}_c - m_c \cdot g \cdot a_c \cdot \dot{\theta}_c \cdot \cos(\theta_c) - k_{15}(\theta_c - \theta_{c0}) \cdot \dot{\theta}_c = J_{c,eq} \cdot \dot{\theta}_c \cdot \ddot{\theta}_c$$

$$-m_t \cdot g \cdot l_c - m_c \cdot g \cdot a_c \cdot \cos(\theta_c) - k_{15}(\theta_c - \theta_{c0}) = J_{c,eq} \cdot \ddot{\theta}_c$$

Question 18 Au bout de combien de temps At après la rupture des câbles le crochet est-il susceptible d'entrer dans une encoche ? Le système antichute peut-il fonctionner comme espéré ?

Cf fig.16 annexe I

Pour revenir à sa position $\theta_c = 0$:

$$\Delta t_c = 0,009 \text{ s}$$

D'après Q10 pour un pas de 75mm :

$$\Delta t_c = 0,009\text{s} < t_{stop} - t_{inf} = 0,165 - 0,043 = 0,122\text{s}$$

Le système antichute semble être correctement dimensionné

II.2 - Résistance mécanique du système antichute.

Question 19 Dans cette situation, exprimer la longueur Δx dont le composant élastique doit être comprimée en fonction de K_r , et E_c .

On suppose que toute l'énergie cinétique est transformée en énergie potentielle élastique

$$|E_{p,\text{élastique}}| = \frac{1}{2} K_r \cdot \Delta x^2 = E_c$$

$$\Delta x = \sqrt{\frac{2 \cdot E_c}{K_r}}$$

Question 20 Exprimer la raideur K_r , d'un empilement composé de n_p paquets de $n_{r/p}$ rondelles par paquet en fonction de k_r , n_p , et $n_{r/p}$; exprimer l'écrasement maximal Δx^{max} que peut subir l'assemblage en fonction de n_p et de la hauteur h_0 dont une rondelle peut s'écraser ; exprimer la raideur k_r d'une rondelle à partir de l'effort F^{max} qui conduit à son écrasement total et de la hauteur h_0 .

D'après la fig. 21, annexe K

$$K_r = k_r \cdot \frac{n_{r/p}}{n_p}$$

$$\Delta x^{max} = n_p \cdot h_0$$

D'après la fig. 20, la relation effort/écrasement est représentée par une droite affine

$$k_r = \frac{F^{max}}{h_0}$$

Question 21 Dédire de la question précédente l'expression du produit $n_p \cdot n_{r/p}$ caractérisant l'assemblage à choisir en fonction de E_c , h_0 , F^{max} , α ; pour la rondelle choisie, donner la valeur du produit $n_p \cdot n_{r/p}$ qui convient puis proposer un choix pour les entiers n_p et $n_{r/p}$ permettant de minimiser l'effort imposé au crochet et d'obtenir une hauteur totale de l'empilement inférieure à 110mm ; en déduire enfin la valeur numérique de l'effort maximal P_r imposé par le composant élastique au crochet (S5).

$$\Delta_x = \alpha \cdot \Delta_x^{max} \Rightarrow \sqrt{\frac{2 \cdot E_c}{K_r}} = \alpha \cdot n_p \cdot h_0 \Rightarrow 2 \cdot E_c = K_r \cdot (\alpha \cdot n_p \cdot h_0)^2 = k_r \cdot \frac{n_{r/p}}{n_p} \cdot (\alpha \cdot n_p \cdot h_0)^2$$

$$2 \cdot E_c = \frac{F^{max}}{h_0} \cdot \frac{n_{r,p}}{n_p} \cdot (\alpha \cdot n_p \cdot h_0)^2 = F^{max} \cdot h_0 \cdot \alpha^2 \cdot (n_p \cdot n_{r/p})$$

$$n_p \cdot n_{r/p} = \frac{2 \cdot E_c}{F^{max} \cdot h_0 \cdot \alpha^2}$$

D'après la fig. 20 : $F_{max} = 13105 \cdot 4,85 = 63560 \text{ N}$ et $h_0 = 4,85 \text{ mm}$

Rem : on peut aussi lire F_{max} sur la courbe réelle

$$n_p \cdot n_{r/p} = \frac{2.1275}{63560 \cdot 4.85 \cdot 10^{-3} \cdot 0,9^2}$$

$$n_p \cdot n_{r/p} = 10,2 - \text{on prendra } 12$$

L'empilement total maxi est de

$$E = 110 \text{ mm} > n_p \cdot (h_0 + n_{r,p} \cdot e) \Rightarrow n_p < \frac{E - n_p \cdot n_{r,p} \cdot e}{h_0} = 7,8$$

Pour minimiser l'effort imposé au crochet, il faut privilégier le montage en série et limiter $n_{r,p}$

$$n_p = 6 \quad \text{et} \quad n_{r/p} = 2$$

$$P_r = K_r \cdot (0,9 \cdot \Delta_x^{max}) = k_r \cdot \frac{n_{r/p}}{n_p} \cdot 0,9 \cdot n_p \cdot h_0 = n_{r/p} \cdot 0,9 \cdot k_r \cdot h_0 = n_{r/p} \cdot 0,9 \cdot F_{max}$$

$$P_r = 2 \cdot 0,9 \cdot F_{max} \approx 1,8 \cdot 63580 \approx 110000 \text{ N}$$

Question 22 Après avoir précisé le théorème utilisé, exprimer les inconnues de liaison Y_E, X_A, Y_A en fonction de P_r, L_c, d_c .

On applique le PFS appliqué à la poutre

Bilan des Actions Mécaniques Extérieures

$$\text{En E : appui simple } \vec{R}_E = Y_E \cdot \vec{y}$$

$$\text{En A : articulation } \vec{R}_A = X_A \cdot \vec{x} + Y_A \cdot \vec{y}$$

$$\text{En D : } P_r \cdot \vec{y}$$

PFS :

$$\text{Résultante en x : } X_A = 0$$

$$\text{Moment en A : } -d_c \cdot Y_E + (L_c - d_c) \cdot P_r = 0$$

$$\text{Moment en E : } d_c \cdot Y_A + L_c \cdot P_r = 0$$

$$Y_E = \frac{L_c - d_c}{d_c} \cdot P_r$$

$$X_A = 0$$

$$Y_A = -\frac{L_c}{d_c} \cdot P_r$$

Question 23 Sans réaliser les calculs donnant les expressions des efforts intérieurs, indiquer les types de sollicitations présentes dans la poutre.

Sur les 2 tronçons, on a de la flexion simple ;

Cisaillement

Flexion

Question 24 Exprimer les moments fléchissants $M_{fz,1}$ sur le tronçon $x \in [0, d_c]$ puis $M_{fz,2}$ sur le tronçon $x \in [d_c, L_c]$ en fonction de L_c, d_c, P_r et x ; en déduire l'abscisse x pour laquelle le moment fléchissant est maximal et donner l'expression du moment maximal $M_{fz,max}$.

Sur $[0; d_c]$: on isole « P- »

$$\{\tau_{P^+ \rightarrow P^-}\} + \{\tau_E\} = \{0\} \Rightarrow \{\tau_{P^+ \rightarrow P^-}\} = \{\tau_{coh}\} = -\{\tau_E\}$$

$$M_{fz,1} = (-\vec{GE} \wedge Y_E \cdot \vec{y}) \cdot \vec{z} = (x \cdot \vec{x} \wedge Y_E \cdot \vec{y}) \cdot \vec{z} = x \cdot Y_E$$

$$M_{fz,1} = \frac{L_c - d_c}{d_c} \cdot P_r \cdot x$$

Sur $[d_c; L_c]$: on isole « P+ »

$$\{\tau_{P^- \rightarrow P^+}\} + \{\tau_D\} = \{0\} \Rightarrow -\{\tau_{P^- \rightarrow P^+}\} = \{\tau_{P^+ \rightarrow P^-}\} = \{\tau_{coh}\} = +\{\tau_D\}$$

$$M_{fz,2} = (\vec{GD} \wedge P_r \cdot \vec{y}) \cdot \vec{z} = ((L_c - x) \cdot \vec{x} \wedge P_r \cdot \vec{y}) \cdot \vec{z} = (L_c - x) \cdot P_r$$

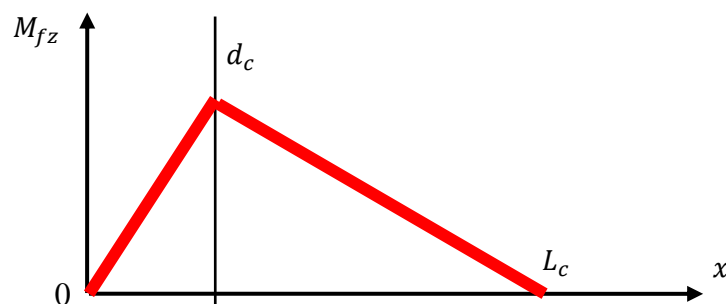
$$M_{fz,2} = P_r \cdot (L_c - x)$$

Le moment est maximal pour :

$$x = d_c$$

Et correspond au moment maxi :

$$M_{fz,max} = P_r \cdot (L_c - d_c)$$



Question 25 Donner l'expression du moment quadratique I_{gz} de la section droite par rapport à l'axe (G, \vec{z}_c) en fonction de b_c et h_c . Exprimer la contrainte normale maximale en fonction de L_c, d_c, P_r, h_c et b_c .

$$I_{gz} = \frac{b_c \cdot h_c^3}{12}$$

$$\sigma_{max} = \frac{M_{fz,max}}{I_{gz}} \text{ avec } y_{max} = \frac{h_c}{2} \Rightarrow \frac{I_{gz}}{y_{max}} = \frac{b_c \cdot h_c^2}{6}$$

$$\sigma_{max} = \frac{6 \cdot P_r \cdot (L_c - d_c)}{b_c \cdot h_c^2}$$

Question 26 Exprimer la hauteur h_c permettant de garantir la résistance du crochet dans la section la plus sollicitée en fonction de L_c, d_c, P_r, b_c, s_c et σ_e ; effectuer l'application numérique à partir des données fournies en annexe S.

Condition de résistance : $\sigma_{max} < \sigma_e / s_c$

$$\frac{6 \cdot P_r \cdot (L_c - d_c)}{b_c \cdot h_c^2} < \frac{\sigma_e}{s_c} \Rightarrow$$

$$h_c = \sqrt{\frac{6 \cdot P_r \cdot (L_c - d_c) \cdot s_c}{b_c \cdot \sigma_e}}$$

AN :

$$h_c \approx 50 \text{ mm}$$

PARTIE 3

III - Choix de solution pour l'entrainement en rotation de la nacelle

III.1 - Validation de l'exigence 1.3.1.2

Question 27 Écrire la condition de roulement sans glissement entre la roue d'entrainement (S_3) et le fût de la nacelle fixe (S_1^f). En déduire l'expression de la vitesse angulaire $\dot{\theta}_1^m$ en fonction de la vitesse angulaire $\dot{\theta}_3$, et des dimensions r_3 et R_1 .

Roulement sans glissement en I :

$$\vec{V}_{I, S_3 / S_1^f} = \vec{0}$$

$$\vec{V}_{I, S_3 / S_1^f} = \vec{V}_{I, S_3 / S_2} + \underbrace{\vec{V}_{I, S_2 / S_1^m}}_0 + \vec{V}_{I, S_1^m / S_1^f} \text{ avec}$$

$$\vec{V}_{I, S_3 / S_2} = \vec{V}_{B, S_3 / S_2} + \vec{\Omega}_{S_3 / S_2} \wedge \overline{BI} = \dot{\theta}_3 \cdot \vec{z}_0 \wedge r_3 \cdot \vec{u}_0 = r_3 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \vec{v}_0$$

$$\vec{V}_{I, S_1^m / S_1^f} = \vec{V}_{O, S_1^m / S_1^f} + \vec{\Omega}_{S_1^m / S_1^f} \wedge \vec{OI} = \dot{\theta}_1^m \cdot \vec{z}_0 \wedge R_1 \cdot \vec{u}_0 = R_1 \cdot \dot{\theta}_1^m \cdot \vec{v}_0$$

$$\dot{\theta}_1^m = -\frac{r_3}{R_1} \cdot \dot{\theta}_3$$

Question 28 Pour le choix de motorisation et de réducteur réalisés, donner le nombre de tours N_S que peut réaliser la nacelle mobile (S_1^m) pendant la durée de stationnement T_S ; ce choix permet-il de satisfaire l'exigence 1.3.1.2 ?

$$N_S = \dot{\theta}_1^m \cdot T_S = 0,21 [tr. \min^{-1}] \cdot 5 [min]$$

$$N_S = 1,02 \text{ tr}$$

Cette valeur correspond bien à l'exigence 1.3.2.1 qui impose 360° mini

III.2 - Validation de l'exigence 1.3.3.2

Question 29 Sur les deux figures prévues à cet effet dans le cahier réponse, représenter les vecteurs $-N_{13} \vec{u}_0$ et $-\varepsilon_{13} T_{13} \vec{v}_0$ dans le cas où $C_3 > 0$ puis dans le cas où $C_3 < 0$; dans le tableau du cahier réponse, indiquer par des croix les valeurs de ε_{13} correspondant aux deux signes possibles pour le couple C_3 .

	Cas $C_3 > 0$	Cas $C_3 < 0$
$\varepsilon_{13} = +1$	⊗	
$\varepsilon_{13} = -1$		⊗

Question 30 Préciser le lien entre les quantités N_{13} et T_{13} .

On se place à la limite du glissement

$$T_{13} = \mu_{13} N_{13}$$

Question 31 Préciser le théorème utilisé et la projection effectuée pour obtenir l'équation souhaitée ; donner finalement l'expression de T_{13} en fonction de F_r , μ_{13} , ε_{13} et des données géométriques introduites en annexe M : $a_2, b_2, r_3, l_2, \alpha_0, \theta_2$.

On utilise le Principe Fondamental de la statique appliqué à l'ensemble $\{S_2+S_3\}$

On écrit l'équation de moment au point A en projection selon \vec{z}_0

$$\begin{aligned}\vec{M}_{A,ressort \rightarrow 2} &= \vec{AC} \wedge \vec{F}_r = (a_2 \cdot \vec{x}_2 + b_2 \cdot \vec{y}_2) \wedge F_r \cdot \vec{y}_0 = (a_2 \cdot \vec{x}_2 + b_2 \cdot \vec{y}_2) \wedge F_r \cdot (\cos\theta_2 \cdot \vec{y}_2 + \sin\theta_2 \cdot \vec{x}_2) \\ &= F_r \cdot (a_2 \cdot \cos\theta_2 - b_2 \cdot \sin\theta_2) \cdot \vec{z}_0\end{aligned}$$

$$\vec{M}_{A,S_1^m \rightarrow 2} \cdot \vec{z}_0 = 0 \text{ (pivot)}$$

$$\begin{aligned}\vec{M}_{A,1 \rightarrow 3} &= \vec{AI} \wedge \vec{R}_{1 \rightarrow 3} = (l_2 \cdot \vec{x}_2 + r_3 \cdot \vec{u}_0) \wedge (-N_{13} \cdot \vec{u}_0 - \varepsilon_{13} T_{13} \vec{v}_0) \\ &= [(l_2 \cdot \cos(\theta_2 - \alpha_0) + r_3) \cdot \vec{u}_0 + l_2 \cdot \sin(\theta_2 - \alpha_0) \cdot \vec{v}_0] \wedge (-N_{13} \cdot \vec{u}_0 - \varepsilon_{13} T_{13} \vec{v}_0) \\ &= [-(l_2 \cdot \cos(\theta_2 - \alpha_0) + r_3) \varepsilon_{13} T_{13} + l_2 \cdot \sin(\theta_2 - \alpha_0) N_{13}] \cdot \vec{z}_0 \text{ avec } T_{13} = \mu_{13} N_{13} \\ &= \left[-(l_2 \cdot \cos(\theta_2 - \alpha_0) + r_3) \varepsilon_{13} + l_2 \cdot \sin(\theta_2 - \alpha_0) \cdot \frac{1}{\mu_{13}} \right] T_{13} \cdot \vec{z}_0\end{aligned}$$

$$T_{13} = \frac{F_r \cdot (a_2 \cdot \cos\theta_2 - b_2 \cdot \sin\theta_2)}{\left[(l_2 \cdot \cos(\theta_2 - \alpha_0) + r_3) \varepsilon_{13} - l_2 \cdot \sin(\theta_2 - \alpha_0) \cdot \frac{1}{\mu_{13}} \right]}$$

Question 32 Quel est le cas le plus défavorable pour choisir le ressort permettant d'imposer F_r ? Justifier la réponse. Dans quel(s) intervalle(s) de temps le risque de glissement au contact entre (S_3) et (S_1^f) est-il le plus important ? Justifier la réponse.

L'effort tangentiel T_{13} est imposé pour respecter la loi de vitesse. Il est le même à l'accélération et à la décélération, c'est ε_{13} qui change. C'est donc le cas, $T_{13} = 0,23 \cdot F_r$ ($C_3 < 0$) qui conduit au cas le plus défavorable pour choisir le ressort. Ce cas correspond à la phase d'accélération $[0, \tau_5]$.

Question 33 Exprimer le moment d'inertie J_1 en fonction de J_1^S , R_p , N_p et m_p . Effectuer l'application numérique.

En considérant chaque passager comme une masse m_p ponctuelle situé à une distance R_p de l'axe de rotation

$$J_{passager} = m_p \cdot R_p^2$$

$$J_1 = J_1^S + N_p \cdot m_p \cdot R_p^2$$

$$J_1 \approx 5500 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Question 34 Après avoir précisé l'isolement choisi, le théorème utilisé et la projection réalisée, donner l'expression de l'effort T_{13}^{max} en fonction de J_1 , R_1 , $\dot{\theta}_1^{max}$ et τ_5 ; en déduire l'expression de l'effort F_r à imposer pour ne pas avoir glissement au contact entre la roue (S_3) et la nacelle fixe (S_1^f) , en fonction de A_{13} , J_1 , R_1 , $\dot{\theta}_1^{max}$ et τ_5 .

On isole l'ensemble : $S_1^m + S_2 + R_{12} + S_3$

On écrit le théorème du moment dynamique en O et en projection selon \vec{z}_0

$$\vec{M}_{0,1 \rightarrow 3} \cdot \vec{z}_0 = -R_1 \cdot \varepsilon_{13} \cdot T_{13} \text{ pour la phase d'accélération } \varepsilon_{13} = -1, \text{ donc } \vec{M}_{0,1 \rightarrow 3} \cdot \vec{z}_0 = R_1 \cdot T_{13}$$

$$\vec{M}_{0,1 \rightarrow 1m} \cdot \vec{z}_0 = 0 \text{ (pivot)}$$

$$\vec{\delta}_{0,1m/1} \cdot \vec{z}_0 = J_1 \cdot \ddot{\theta}_1 \text{ (on néglige les inerties des autres pièces)}$$

$$TMD \Rightarrow J_1 \cdot \ddot{\theta}_1 = R_1 \cdot T_{13}$$

$$\text{D'après fig.27 } \ddot{\theta}_1 = \frac{\dot{\theta}_1^{max}}{\tau_s}$$

$$T_{13}^{max} = \frac{J_1 \cdot \dot{\theta}_1^{max}}{\tau_s \cdot R_1}$$

$$F_r = \frac{T_{13}}{A_{13}}$$

$$F_r = \frac{J_1 \cdot \dot{\theta}_1^{max}}{A_{13} \cdot \tau_s \cdot R_1}$$

Question 35 Calculer, pour chaque ressort, la précharge (en millimètres) à installer pour obtenir le comportement souhaité ; indiquer quel ressort convient pour l'application ; indiquer enfin, en le justifiant, quel ressort conduirait à la plus faible sensibilité de T_{13} à une chute de pression du pneumatique équipant la roue (S_3).

$$p = F \cdot \frac{s}{k} = 150 * \frac{2}{k}$$

	Convient	p en mm	
C.493.380.1270.A	NON	90	Précharge > $l_0 - l_{min}$ et effort insuffisant
C.480.500.1600.A	OUI	30	
C.492.580.1400.AP	OUI	15,4	

Ressort le mieux adapté : le 2ème

Dégonflage du pneu \rightarrow allongement ressort $\Delta\delta \rightarrow$ variation de l'effort dans le ressort $\Delta F_r = k \cdot \Delta\delta$

Pour avoir la plus faible sensibilité sur F_r donc sur T_{13} (pour un même $\Delta\delta$), il faut prendre la raideur la plus petite

PARTIE 4

IV - Conception

