

#### Exercice 40 : Carré de n

Ecrire un programme qui retourne le plus petit entier n tel que  $n^2 > k$ , k étant donné.

#### Exercice 41 : Puissance de x

Écrire un programme qui affiche toutes les puissances du nombre x qui sont  $\leq n$ , n étant donné. Par exemple : 5 25 125 625 sont les puissances de 5  $\leq 1000$

#### Exercice 42 : Recherche du plus petit diviseur d'un entier donné

Ecrire un programme qui recherche le plus petit diviseur autre que 1 de n donné en paramètre.

#### Exercice 43 : Nombre premier

Ecrire un programme qui recherche si n est premier ou non. *Indications :*

- x est premier si les restes des divisions  $x/2, x/3, \dots, x/(\lfloor \sqrt{x} \rfloor)$  sont tous non nuls.
- Utiliser la fonction `sqrt` (racine carrée) disponible dans la bibliothèque de fonctions mathématiques de Python.

#### Exercice 44 : Calcul de la valeur approchée de $\sqrt{a}$

Pour tout nombre positif a, on peut trouver une suite infinie qui converge vers  $\sqrt{a}$  :

$$r_n = (r_{n-1} + a/r_{n-1}) / 2 \text{ pour } n \geq 1 \text{ avec } r_0 \text{ quelconque positif}$$

Ecrire un programme qui calcule une approximation de  $\sqrt{a}$ , le dernier terme  $r_{\max}$  de la suite des approximations étant caractérisé par :

$$|r_{\max} * r_{\max} - a| < \text{epsilon}, \text{ epsilon donné}$$

Pour calculer la valeur absolue, on peut utiliser la fonction `abs` disponible dans Python.

#### Exercice 45 : Calcul de la valeur approchée de cos x

Le cosinus d'un angle exprimé en radians est donné par la série :  $\cos x = \sum_{i=0}^{i=n} (-1)^i \frac{x^{2i}}{(2i)!}$

Ecrire une fonction qui calcule une approximation à epsilon près de cos x, epsilon donné. La différence entre cos x et la somme donnée ci-dessus est majorée par la valeur absolue

$$\text{du dernier terme de la somme } \left| (-1)^i \frac{x^{2i}}{(2i)!} \right|.$$

Aussi, pour obtenir une approximation à epsilon près de cos x, il suffit d'arrêter la sommation lorsque la valeur absolue du dernier terme devient inférieure à epsilon.

#### Exercice 46 : Recherche du pgcd de deux entiers naturels

Etant donné deux entiers naturels a et b, écrire un programme qui calcule leur plus grand diviseur commun.

On pourra utiliser pour cela soit la propriété suivante du pgcd, soit le programme d'Euclide rappelé plus loin :

$$1. \begin{array}{lll} \text{PGCD}(a,b) = & \text{PGCD}(a-b,b) & \text{si } a > b \\ \text{ou} & \text{PGCD}(a,b-a) & \text{si } b > a \\ \text{PGCD}(a,a) = & a & \end{array}$$

#### 2. Algorithme d'Euclide :

Soit a et b deux entiers naturels, si b est non nul, on peut effectuer la division euclidienne de a par b. Il existe un couple unique d'entiers (q,r) tels que :

$$a = bq + r \text{ et } 0 \leq r < b$$

$$\text{si } r = 0 \text{ alors } b \text{ divise } a \text{ et } \text{PGCD}(a,b) = b$$

si  $r > 0$  alors tout diviseur commun à a et b est diviseur de r et réciproquement tout diviseur commun à b et r est diviseur de a. On a donc  $\text{PGCD}(a,b) = \text{PGCD}(b,r)$ .

#### Exercice 47 : Minimum, maximum et moyenne d'une suite de nombres

Calculer sans utiliser de tableau le minimum, le maximum et la moyenne d'une suite d'entiers positifs terminée par le nombre -99, nombre dont on ne tiendra pas compte. La suite contient au moins un élément.

#### Exercice 48 : Recherche d'un nombre tiré au hasard

Écrire un programme qui fasse deviner à l'utilisateur un nombre tiré au hasard et affiche le nombre d'essais effectués par le joueur. A chaque proposition de l'utilisateur, l'ordinateur doit préciser si le nombre proposé est plus petit ou plus grand que le nombre à deviner.

*Variante :* limiter le nombre de coups autorisés.

#### Exercice 49 : Couple de nombres

On donne un par un une suite de nombres positifs terminée par le nombre -99. Compter le nombre d'apparitions dans cette suite, d'un couple de nombres successifs donnés. Il n'est pas utile pour cela de stocker toute la suite, on peut donc écrire un programme qui n'utilise pas de tableau.

*exemple :* dans la suite :

43 65 89 5 43 67 89 5 100 5 89 1 86 89 300 89 89 5 29 89 -99

le couple <89 5> apparaît 3 fois.