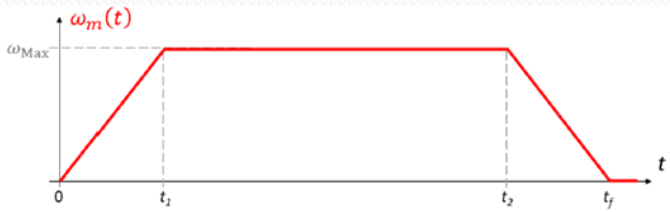
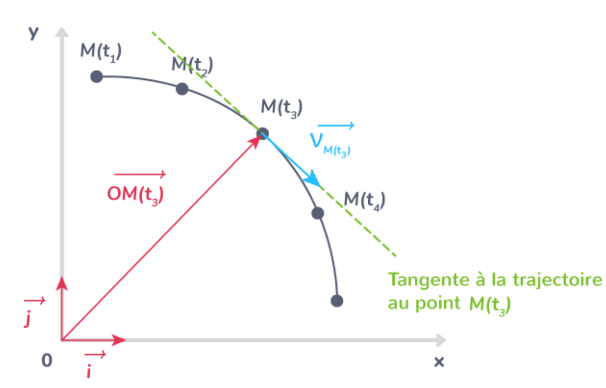
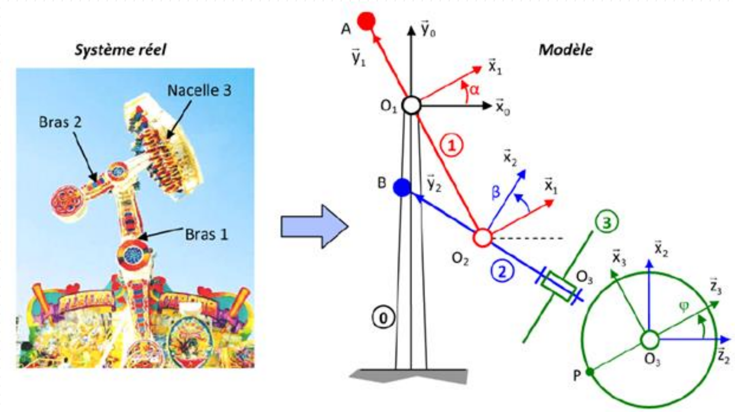
Cinématique: lois de mouvement





Déplacements

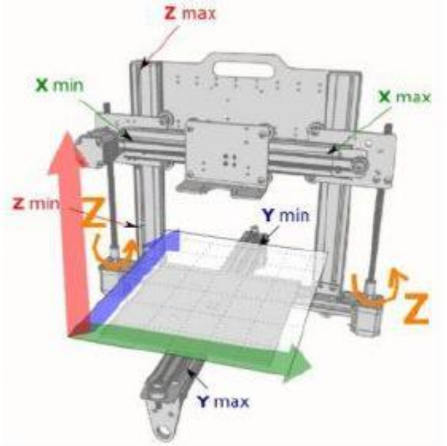
Vitesses



Accélérations

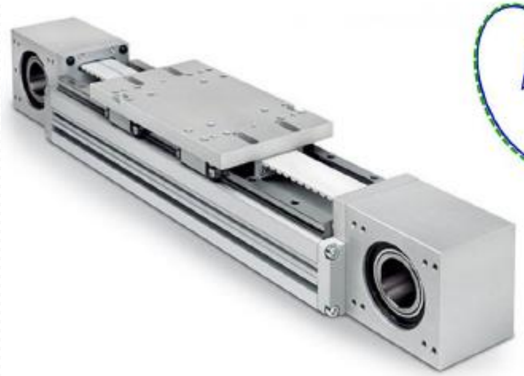
1. Notion de trapèze de vitesse sur une commande d'axe

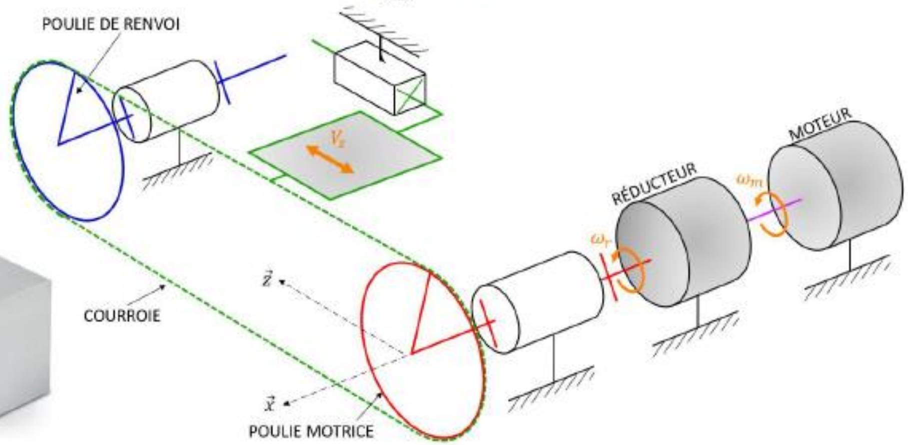
La plupart des imprimantes 3D utilisent une cinématique dite *Cartésienne*, c'est-à-dire qu'on peut les piloter en translation suivant 3 degrés de liberté orthogonaux, généralement appelés *X*, *Y* et *Z*. Le plus souvent, chacun de ces 3 DDL en translation est piloté par un bloc moto-réducteur et un axe linéaire, composé de deux poulies, dont une motorisée par un moto-réducteur, entraînant une courroie tendue entre les deux poulies, courroie qui entraîne elle-même la translation d'un plateau, lié en glissière par rapport au bâti.



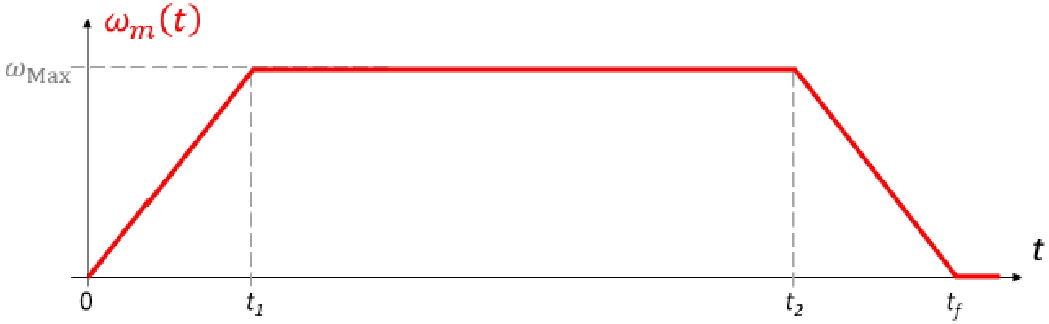
Ce mécanisme est représenté ci-dessous, pour un exemple d'un des trois axes motorisés (ici le DDL suivant *Z*). On note ω_m la vitesse de rotation du moteur par rapport au bâti, ω_r la vitesse de rotation la poulie motrice, et V_z la vitesse de translation du plateau.

On donne $V_z = R\omega_r$ avec R le rayon de la poulie motrice, et $k = \frac{\omega_r}{\omega_m}$ le rapport de réduction du réducteur.





Le moteur est asservi en vitesse, et suit une consigne en trapèze de vitesse représentée ci-dessous :



Le CDC impose que la course du plateau soit Δz, parcourue lors de ce trapèze de vitesse, et impose la valeur du temps total t_f. Finalement, le CDC impose également le couple maximal (en valeur absolue) C_{Max} que doit fournir le moteur. La commande est symétrique, c'est-à-dire que l'accélération $\dot{\omega}_{\text{Max}}$ entre $t = 0$ et t_1 vaut la décélération entre t_2 et t_f.

Q1 – Montrer que $t_f - t_2 = t_1$

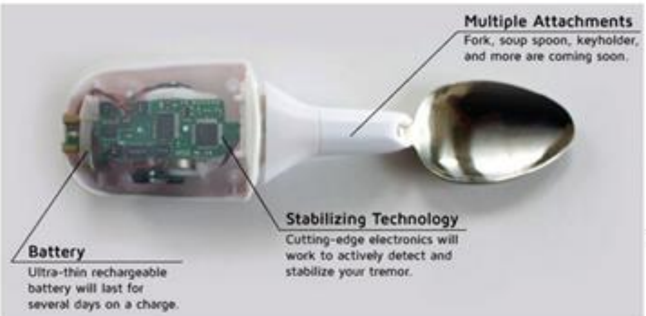
Le principe fondamental de la dynamique, en moment, appliqué sur l'arbre moteur, donne : $J_{eq}\frac{d\omega_m}{dt} = C_m(t) - C_0$, avec J_{eq} (inertie équivalente de l'ensemble ramenée à l'arbre moteur) et C_0 (couple de frottement sec) constantes positives.

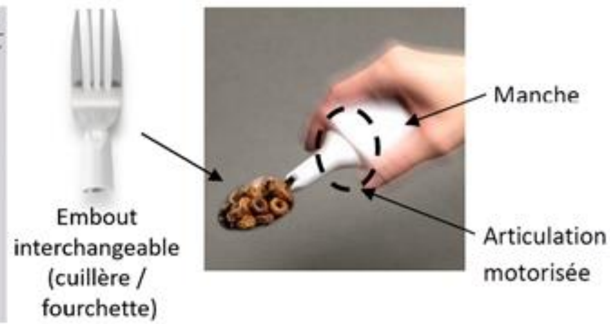
Q2 – Tracer l'allure du couple $C_m(t)$ pour $0 \leq t \leq t_f$: quelle est l'expression du couple maxi C_{Max} (en valeur absolue) ?

Q3 – Déterminer un système de trois équations liant les inconnues ω_{Max} , t_1 et t_2 et les grandeurs imposées par le CDC.

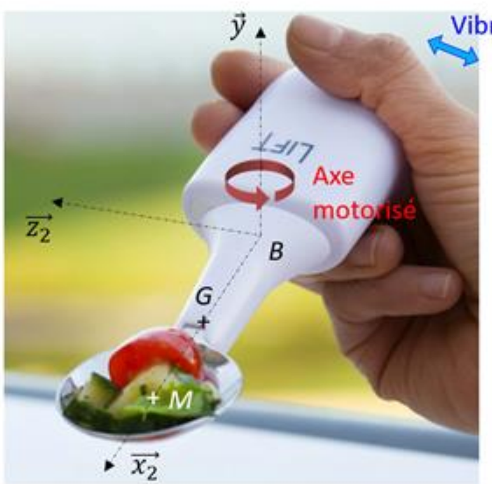
2. Notions de vitesse et d'accélération sur une cuillère stabilisatrice

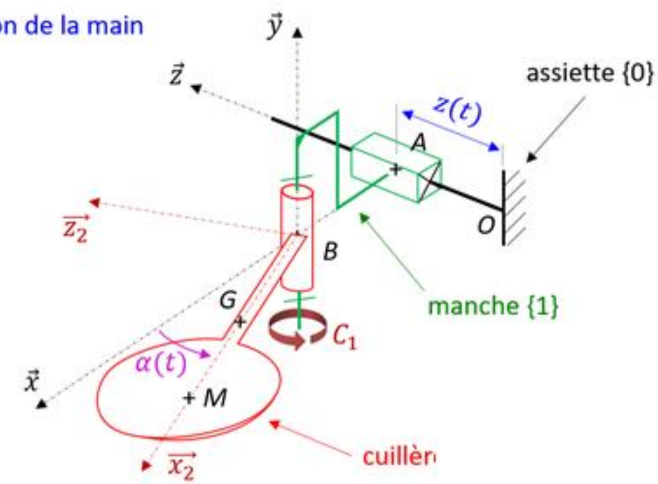
L'alimentation avec des couverts traditionnels pose des problèmes aux patients souffrants de la maladie de Parkinson. Pour faciliter l'autonomie des malades, la cuillère de LiftLab. (rachetée par Google en 2014) permet de stabiliser le manche afin d'éviter les tremblements, étant motorisée et contrant les effets des tremblements.

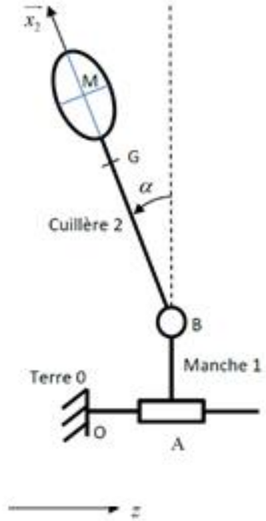




Le système de compensation des vibrations horizontales s'appuie sur une simple liaison pivot motorisée. L'utilisateur tient le manche {1} en main, mais sa main est animée d'un mouvement de vibration suivant $\vec{z}$, ce que l'on modélise comme si le manche était en liaison glissière par rapport au référentiel fixe. Le manche est quant à lui lié à la cuillère par une liaison pivot motorisée, d'axe vertical noté $(B\vec{y})$, comme illustré en figure suivante :







On assimile la vibration imposée par le patient par une glissière $\overrightarrow{V_{A,1/0}} = \dot{z}\vec{z}$, avec $\dot{z}(t) = V\cos(\omega t)$. On note $\overrightarrow{BM} = L\overrightarrow{x_2}$.

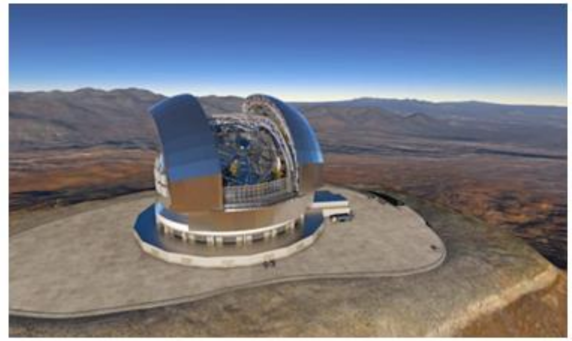
Q1 – Réaliser le graphe des liaisons du mécanisme de stabilisation horizontal schématisé ci-dessus, et tracer la figure géométrale représentant les bases B_0 et B_2.

Q2 – Déterminer l'expression de la vitesse en bout de manche (là où se trouve l'aliment) $\overrightarrow{V_{M,2/0}}$, et en déduire l'expression de l'accélération $\overrightarrow{\Gamma_{M,2/0}}$.

Le CDC impose une stabilisation parfaite de l'aliment dans la cuillère.

Q3 – Traduire cette exigence au moyen de deux équations scalaires.

3. Notion de vitesse et d'accélération sur le télescope Franco-Canadien

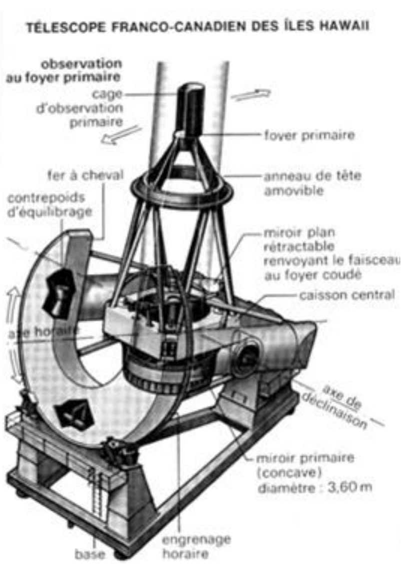


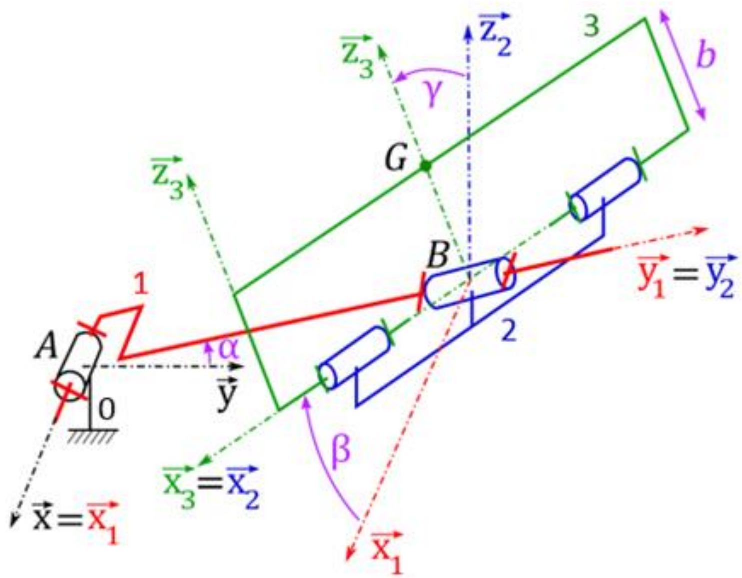
L'élément essentiel d'un télescope d'observatoire est un miroir parabolique de grand diamètre et de grande distance focale, donnant de tout objet à l'infini, au voisinage de son axe optique, une image focale de très haute qualité.
La difficulté de l'asservissement en position, pour le suivi d'un astre pendant le temps d'observation, est de compenser le mouvement de rotation de la terre afin de fixer l'image.

Ce résultat est obtenu en composant deux mouvements de rotation autour des deux axes suivants :

- l'axe polaire, $(A, \overrightarrow{y_2})$ est parallèle à l'axe de rotation de la terre, ce qui permet d'obtenir des images stabilisées d'une grande netteté. Cet axe polaire appartient donc au plan méridien du lieu et fait avec sa projection sur le sol un angle α égal à la latitude de ce lieu. **On supposera α fixe pour toute l'étude.**

- l'axe de déclinaison, $(B, \overrightarrow{x_2})$, est perpendiculaire à la fois à l'axe polaire et à l'axe optique du miroir.





Définitions des repères et des mouvements :

- repères orthonormés directs R $(A,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ et R_1 $(A,\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{z_1})$ liés au sol 1 et **l'angle $\alpha = (\vec{y},\overrightarrow{y_1})$ est fixé**
- repères orthonormés directs R_2 $(B,\overrightarrow{x_2},\overrightarrow{y_2},\overrightarrow{z_2})$ lié au berceau 2, R_3 $(B,\overrightarrow{x_3},\overrightarrow{y_3},\overrightarrow{z_3})$ lié au miroir 3
- mouvement du berceau 2 par rapport au sol est une rotation d'axe $(B,\overrightarrow{y_1})$ paramétrée par l'angle $\beta = (\overrightarrow{x1},\overrightarrow{x_2})$
- mouvement miroir 3 par rapport au berceau 2 est une rotation d'axe $(B,\overrightarrow{x_2})$ paramétrée par l'angle $\gamma = (\overrightarrow{y_2},\overrightarrow{y_3})$
- G le centre de gravité du miroir, $\overrightarrow{BG} = b.\overrightarrow{z_3}$ et b constant, avec B centre de rotulage, tel que $\overrightarrow{AB} = L\overrightarrow{y_1}$

Q1 – Réaliser les figures géométrales, pour changements de base, faisant apparaître $\alpha =$ cste, β et γ.

Q2 – Déterminer l'expression de la vitesse au niveau du centre de gravité $\overrightarrow{V_{G,3/0}}$.

Q3 – En déduire l'expression de l'accélération $\overrightarrow{\Gamma_{G,3/0}}$