

## Epreuve de Sciences Industrielles C

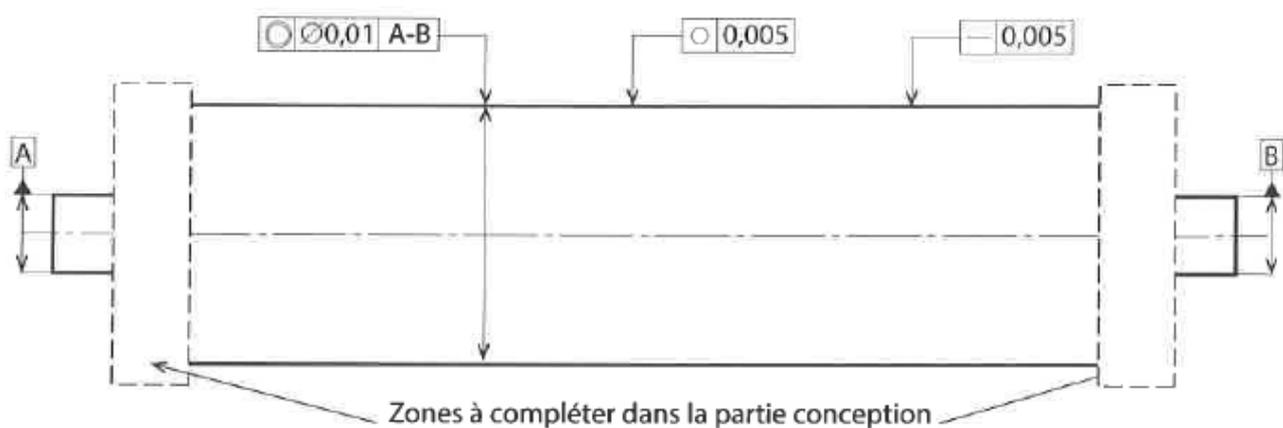
Durée 6 h

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, d'une part il le signale au chef de salle, d'autre part il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

### Machine de fabrication additive par fusion laser de poudre métallique FormUP 350



#### Dessin de définition partiel du rouleau de lissage



Le contrôle des spécifications géométriques du rouleau de lissage (**document ressource VIII**) est effectué sur une machine à mesurer tridimensionnelle. Pour contrôler le respect de la tolérance de circularité, la stratégie de mesure consiste à mesurer un ensemble de points dans

des sections droites perpendiculaires à la direction générale du cylindre. Pour cela, on construit des plans et on relève dans chaque section plane de la surface les points  $M_i$  équi répartis angulairement que l'on projette dans le plan correspondant. On s'intéresse donc dans cette partie à l'opération d'association d'un cercle  $C_i$  aux points  $M_i$  mesurés, selon le critère des moindres carrés (**document ressource XI**).

Pour cela on définit le torseur des petits déplacements  $\{T_{pd}\}$  exprimé au point  $O_i$  qui permet de passer du cercle nominal  $C_i$  de centre  $O_i$  au cercle associé :

$$\{T_{pd}\}_{O_i} = \begin{Bmatrix} \vec{\Omega} \\ \vec{D} \end{Bmatrix}_{O_i} = \begin{Bmatrix} 0 & u \\ 0 & v \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{O_i}$$

**Question III.11 :** À l'aide du torseur des petits déplacements, exprimer le déplacement  $DM_{thi}$  du point théorique  $M_{thi}$ .

**Question III.12 :** En déduire l'expression des écarts optimisés résiduels  $e_i$  définis par le schéma du **document ressource XI**, telle que  $e_i = f(u, v, \xi_i, \theta_i)$

L'optimisation selon le critère des moindres carrés consiste à déterminer  $u$  et  $v$  pour minimiser la fonctionnelle  $G$  telle que  $G = \sum_i e_i^2$ . La résolution donne le système linéaire suivant :

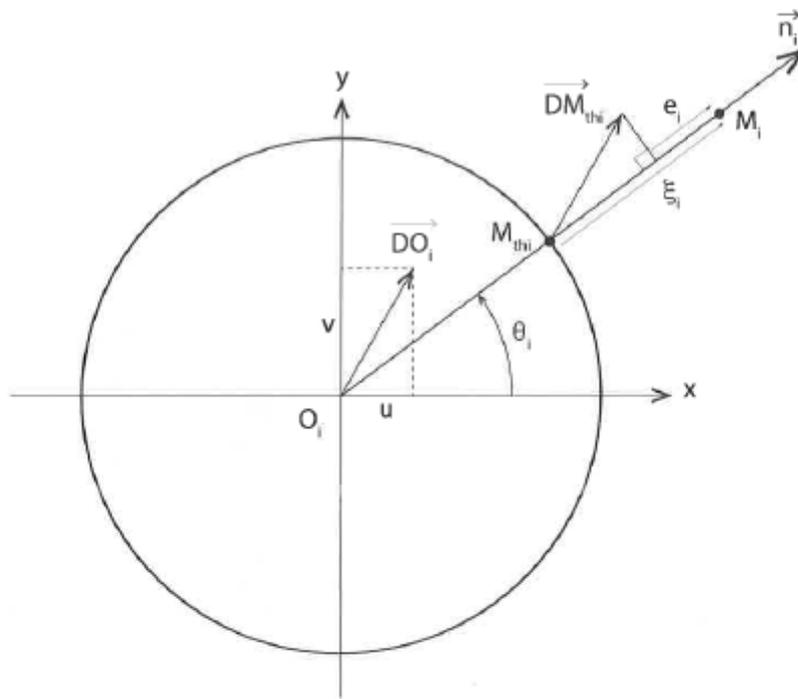
$$\begin{bmatrix} \sum_i (\cos \theta_i)^2 & \sum_i \sin \theta_i \cos \theta_i \\ \sum_i \sin \theta_i \cos \theta_i & \sum_i (\sin \theta_i)^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_i \xi_i \cos \theta_i \\ \sum_i \xi_i \sin \theta_i \end{bmatrix}$$

**Question III.13 :** Établir les expressions analytiques de  $u$  et  $v$  en résolvant le système linéaire et en tenant compte de la spécificité des valeurs de  $\cos \theta_i$  et  $\sin \theta_i$  données dans le **document ressource XI**.

**Question III. 14 :** Calculer les valeurs numériques de  $u$  et  $v$  à partir des valeurs de  $\xi_i$  données dans le **document ressource XI**.

**Question III.15 :** Exprimer le défaut de circularité à partir des écarts optimisés  $e_i$  et proposer une application numérique. La tolérance est-elle respectée ?

## Paramétrage du problème d'optimisation



Attention : la figure n'est pas à l'échelle, en réalité la distance  $\xi_i$  est beaucoup plus petite que le rayon du cercle.

- $M_{thi}$  : point théorique sur le cercle
- $M_i$  : point mesuré
- $\xi_i$  : écart initial ( $\mu\text{m}$ )
- $e_i$  : écart optimisé résiduel ( $\mu\text{m}$ )

## Relevés de mesures de la surface dans une section plane

Numéro du point $M_i$	1	2	3	4
Angle	0	90	180	270
$\cos \theta_i$	1	0	-1	0
$\sin \theta_i$	0	1	0	-1
$\xi_i$ ( $\mu\text{m}$ )	10	8	-4	2