Radar d'avion

Le support d'étude est un radar d'avion. Il permet au pilote de connaître la position des engins extérieurs (avions, hélicoptères, bateaux, etc.).

Radar en nez d'avion

Le radar étudié est asservi en position angulaire. La position angulaire souhaitée est notée $\theta_c(t)$ et la position angulaire réelle du radar est $\theta_r(t)$.

La différence entre ces deux angles est adaptée en une tension $u_m(t)$ selon la loi $u_m(t) = A\left[\theta_c(t) - \theta_r(t)\right]$ avec $A = 5$ V/rad.

La tension $u_m(t)$ génère, via un moteur à courant continu de fonction de transfert $H_m(p)$, une vitesse angulaire $\omega_m(t)$.

Cette vitesse angulaire est réduite grâce à un réducteur de vitesse selon la relation $\omega_r(t) = B\,\omega_m(t)$ avec $B = 1/20$ et $\omega_r(t)$ étant la vitesse angulaire du radar.

Les équations modélisant le moteur à courant continu sont données ci-dessous :

Équation électrique liant la tension $u(t)$ aux bornes du moteur et le courant $i(t)$ le traversant	$u_m(t) = e(t) + R\,i(t)$
Équation de couplage électrique liant la tension contre-électromotrice $e(t)$ à la vitesse de rotation $\omega_m(t)$ de l'arbre du moteur	$e(t) = k_e \omega_m(t)$
Équation de la mécanique liant la vitesse de rotation $\omega_m(t)$ et le couple moteur $C_m(t)$	$C_m(t) = J\dfrac{d\omega_m(t)}{dt}$
Équation de couplage mécanique liant le couple moteur $C_m(t)$ au courant $i(t)$ le traversant	$C_m(t) = k_c\, i(t)$

Avec :

- R : la résistance de l'induit — $R = 1\,\Omega$
- J : inertie équivalente ramenée sur l'arbre moteur — $J = 1{,}7 \cdot 10^{-5}$ kg·m^2
- k_e : constante de force contre électromotrice — $k_e = 0{,}018$ V/(rad/s)
- k_c : constante de couple — $k_c = 0{,}018$ Nm/A

Un extrait du cahier des charges est donné ci-dessous.

Exigence	Critère	Niveau	Flexibilité
Ex1 : permettre au pilote de connaître la position des engins extérieurs	Erreur en régime permanent pour une consigne en échelon	$<2\%$	aucune
	Temps de réponse à 5%	$<0,2\text{s}$	aucune
	Pulsation de coupure à -3dB	$>18\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$	aucune
	Marge de phase	$\geq 50°$	aucune

Objectif : vérifier les performances imposées par le cahier des charges.

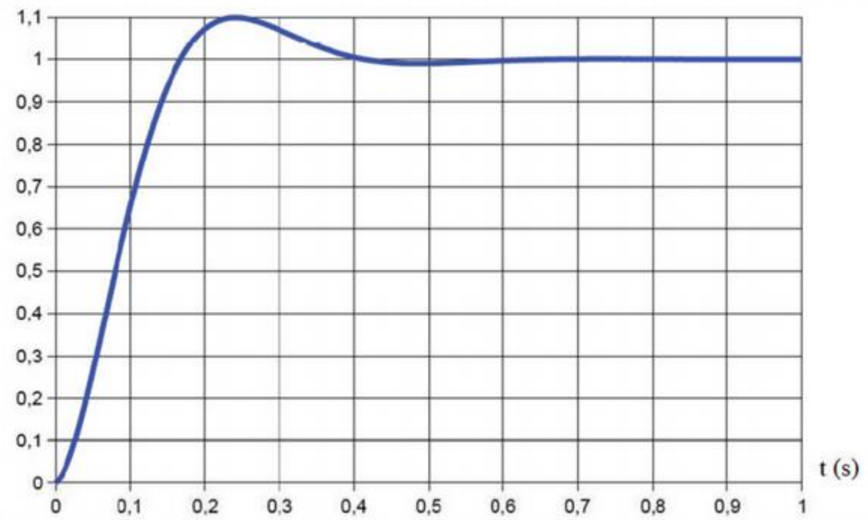
1. Déterminer, à partir des équations caractéristiques du moteur à courant continu, la fonction de transfert $H_m(p)=\dfrac{\Omega_m(p)}{U_m(p)}$ du moteur. La mettre sous la forme canonique $\dfrac{K_m}{1+T_m p}$ et donner les expressions littérales de K_m et T_m. Faire l'application numérique.
2. Élaborer le schéma-bloc de l'asservissement en position angulaire du radar.
3. Vérifier le critère de stabilité du cahier des charges.
4. Vérifier le critère de précision du cahier des charges.

5. Peut-on approcher la valeur de $\omega_{c-3\text{dB(BF)}}$ par celle de $\omega_{0\text{dB(BO)}}$? Justifier alors de la nécessité de connaitre la fonction de transfert en boucle fermée pour pouvoir valider le critère de bande passante du cahier des charges.

6. Déterminer sous forme canonique, le modèle de connaissance de l'asservissement, c'est-à-dire la fonction de transfert $\dfrac{\Theta_r(p)}{\Theta_c(p)}$. En déduire ses paramètres caractéristiques en fonction de K_m, T_m, A et B. Faire l'application numérique.

Afin de valider ce modèle de connaissance, on donne ci-contre la réponse expérimentale indicielle de l'asservissement en position angulaire.

Réponse indicielle (réponses à une consigne en échelon unitaire)



7. Déterminer le modèle de comportement de cet asservissement. Comparer avec le modèle de connaissance.

Quelques soient les résultats trouvés précédemment, on prendra pour la suite $K=1$, $z=0,5$ et $\omega_0=15\ \text{rad/s}$.

8. Déterminer le temps de réponse à 5% du modèle et conclure vis-à-vis du cahier des charges.

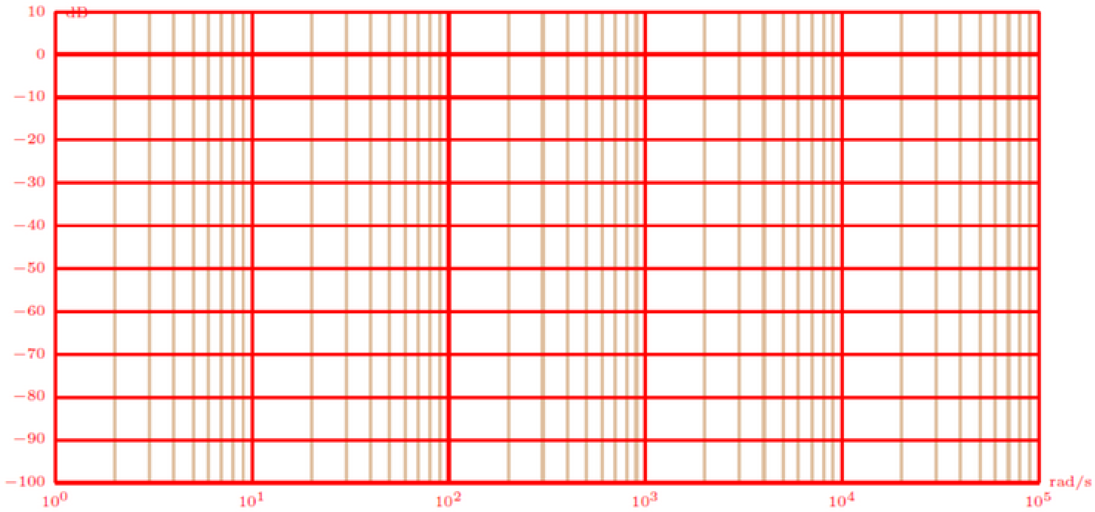
Les performances du radar sont améliorées en ajoutant un correcteur sous la forme d'un composant électronique entre l'amplificateur et le moteur. La nouvelle fonction de transfert du système d'asservissement en position angulaire du radar est alors :

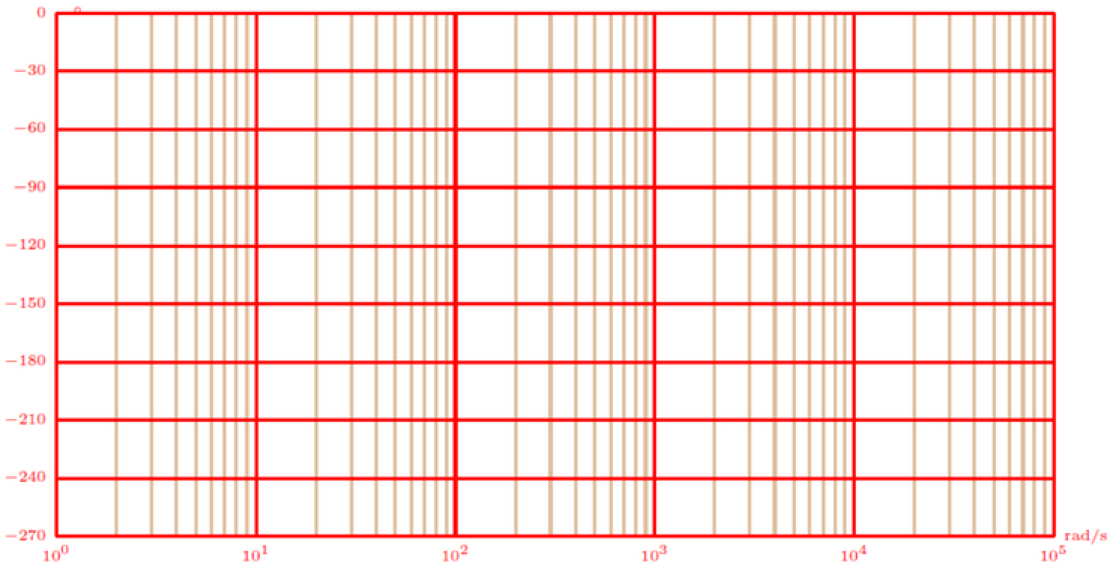
$$\frac{\Theta_r(p)}{\Theta_c(p)} = \frac{1}{(1+0{,}05p)(1+0{,}0005p)(1+0{,}002p)}$$

9. Justifier que le modèle est toujours stable.

10. Vérifier le critère de précision du cahier des charges.

11. Tracer le diagramme de Bode asymptotique de cette fonction de transfert.





13. Selon la notion de pôle dominant, approximer $\dfrac{\Theta_r(p)}{\Theta_c(p)}$.

14. En déduire, à partir de cette approximation, le temps de réponse à 5% et conclure vis-à-vis du critère du cahier des charges.