

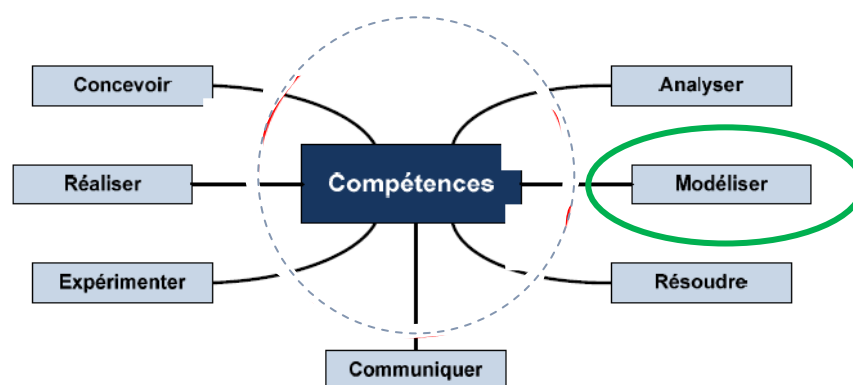
Cycle 6: Modélisation, prévision et vérification du comportement statique des systèmes mécaniques

Chapitre 1 : Modélisation des actions mécaniques



Savoir

- Mod1: Modéliser les actions mécaniques par un torseur (*contact, distance, pressions, ressorts...*)
- Mod2: Associer un modèle à une action mécanique (global ou local)
- Mod3: déterminer les torseurs des actions mécaniques dans les liaisons usuelles en vue d'une résolution PFS



Sommaire

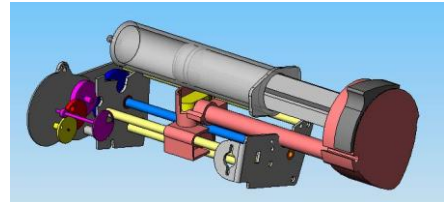
1. <u>Objectifs</u>	3
2. <u>Action mécanique</u>	3
3. <u>Modélisation mécanique d'une action de type « force »</u>	4
4. <u>Modélisation mécanique d'une action de type « couple»</u>	5
5. <u>Théorème des actions réciproques</u>	6
6. <u>Modélisation des actions mécaniques à distance</u>	6
7. <u>Modélisation des actions mécaniques de contact</u>	7



1. Objectifs

Tout mécanisme est dimensionné pour pouvoir être utilisé pendant un temps donné. Or, la durée de vie d'une pièce dépend généralement :

- de l'environnement dans lequel elle se trouve,
- de ses dimensions,
- mais aussi des actions appliquées sur celle-ci,
- ...

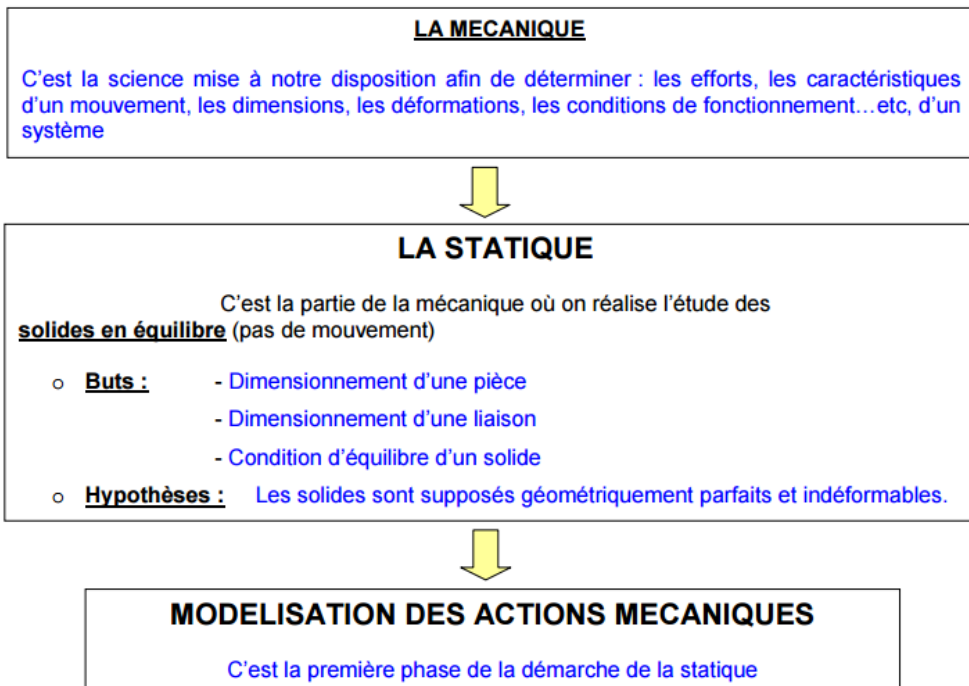


Ces actions peuvent être mesurées mais cela demande :

- la construction d'un prototype,
- la mise en place d'un laboratoire de mesure,
- ...

Trop coûteux !

On va donc essayer de « **PREVOIR** » les actions appliquées sur un mécanisme en utilisant des modèles mathématiques et des lois de la physique.



2. Action mécanique

On appelle action mécanique (notée AM), toute cause capable de :

- provoquer ou modifier le mouvement⁽¹⁾ d'un solide ; → Modèle global
- provoquer la déformation d'un solide. → Modèle local

Une action mécanique est ainsi caractérisée par son effet.

Une AM a toujours une origine et une cible. On utilisera la notation : $i \rightarrow j$.

(1) cela peut être de l'empêcher de bouger.

Exemples :

- action de la pesanteur sur le solide 3 : $pes \rightarrow 3$
- action du solide 4 sur le solide 2 : $4 \rightarrow 2$
- action d'un fluide sur le solide 1 : $f \rightarrow 1$
- action de « l'extérieur » sur le solide 1 : $ext \rightarrow 1$



Action de l'eau sur la coque du bateau.
Action du vent sur le cerf-volant.

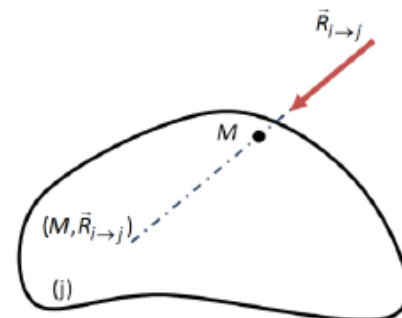
Les actions mécaniques identifiées à ce jour sont les **actions mécaniques à distance** et les **actions mécaniques de contact**. En mécanique du solide indéformable toute action mécanique d'un ensemble matériel E sur un système mécanique S est modélisé à l'aide d'un **modèle global** (intégration modèle local) caractérisé par un **torseur d'action mécanique**.

3. Modélisation d'une action mécanique de type « force » par un torseur glisseur

Force

Une force est une AM qui génère ou modifie un mouvement de translation, ou provoque une déformation suivant une direction parallèle à la direction de la force.

Si c'est le cas, l'AM d'un solide (i) sur le solide (j) peut alors être modélisée par un vecteur force $\vec{R}_{i \rightarrow j}$, M étant le point



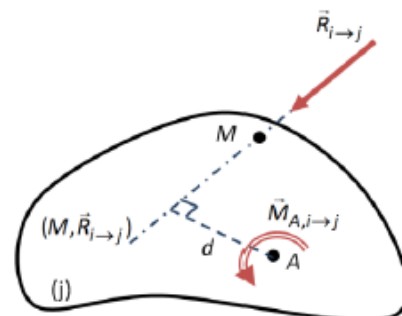
Une force peut également générer ou modifier un mouvement de rotation, ou provoquer une déformation en torsion. Cette aptitude est caractérisée par le moment.

Le moment⁽¹⁾ d'un vecteur force $\vec{R}_{i \rightarrow j}$ en un point A est alors modélisée par le vecteur

$$\vec{M}_{A,i \rightarrow j} = \vec{AM} \wedge \vec{R}_{i \rightarrow j} = Rd \vec{z}$$

- R l'intensité de la force ;
- d le bras de levier, distance entre A et la droite d'action $(M, \vec{R}_{i \rightarrow j})$;
- \vec{z} direction perpendiculaire à \vec{AM} et $\vec{R}_{i \rightarrow j}$ telle que $(\vec{AM}, \vec{R}_{i \rightarrow j}, \vec{z})$ soit direct.

L'unité du moment est le N.m.





Propriétés du moment d'une force

Considérons les moments de la force $\vec{R}_{i \rightarrow j}$ aux points A et B :

$$\vec{M}_{B,i \rightarrow j} = \overline{BM} \wedge \vec{R}_{i \rightarrow j} = (\overline{BA} + \overline{AM}) \wedge \vec{R}_{i \rightarrow j} = \overline{BA} \wedge \vec{R}_{i \rightarrow j} + \underbrace{\overline{AM} \wedge \vec{R}_{i \rightarrow j}}_{\vec{M}_{A,i \rightarrow j}} \Rightarrow \boxed{\vec{M}_{B,i \rightarrow j} = \vec{M}_{A,i \rightarrow j} + \overline{BA} \wedge \vec{R}_{i \rightarrow j}}$$

Les moments sont reliés par une relation identique à celle reliant les vecteurs d'un champ des vitesses d'un solide indéformable.

Torseur glisseur d'une force

Une force $\vec{R}_{i \rightarrow j}$ passant par M est modélisée par un torseur, appelé aussi glisseur :

$$\{T_{i \rightarrow j}\} = \forall P \in (M, \vec{R}_{i \rightarrow j}) \begin{cases} \vec{R}_{i \rightarrow j} \\ \vec{0} \end{cases} = \begin{cases} \vec{R}_{i \rightarrow j} \\ \overline{AM} \wedge \vec{R}_{i \rightarrow j} = R d \vec{z} \end{cases} \text{ avec } d \text{ bras de levier}$$

Le moment est nul en tout point de la droite d'action $(M, \vec{R}_{i \rightarrow j})$.

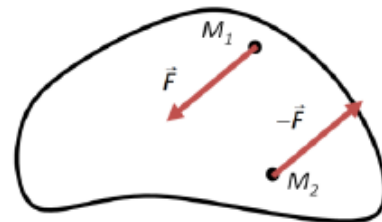
4. Modélisation d'une action mécanique de type « moment » par un torseur couple

L'association de deux vecteurs force de directions opposées, de même intensité, de droites d'action non confondues, est un couple. La résultante de ces deux forces (somme des vecteurs) est nulle et le moment résultant est constant (somme des moments en un même point). Exemple :

Soit les deux forces :

$$\{T_{i \rightarrow M_1 \rightarrow j}\} = \begin{cases} \vec{F} \\ \vec{0} \end{cases}_{M_1} \text{ et } \{T_{i \rightarrow M_2 \rightarrow j}\} = \begin{cases} -\vec{F} \\ \vec{0} \end{cases}_{M_2}$$

Alors $\{T_{i \rightarrow j}\} = \{T_{i \rightarrow M_1 \rightarrow j}\} + \{T_{i \rightarrow M_2 \rightarrow j}\}$.



Après écriture des 2 torseurs en un même P afin de les sommer :

$$\{T_{i \rightarrow j}\} = \begin{cases} \vec{F} \\ \vec{M}_{P,j \rightarrow M_1 \rightarrow j} \end{cases}_P + \begin{cases} -\vec{F} \\ \vec{M}_{P,j \rightarrow M_2 \rightarrow j} \end{cases}_P = \begin{cases} \vec{0} \\ \vec{M}_{P,j \rightarrow j} \end{cases}_P$$

Un couple de moment \vec{C} est une action mécanique de résultante nulle :

$$\{T_{i \rightarrow j}\} = \forall P \begin{cases} \vec{0} \\ \vec{C} \end{cases} \text{ (champ uniforme).}$$



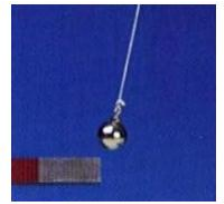
5. Théorème des actions réciproques

Théorème des actions réciproques : $\{T_{1 \rightarrow 2}\} = -\{T_{2 \rightarrow 1}\}$
 d'où : $\vec{R}_{1 \rightarrow 2} = -\vec{R}_{2 \rightarrow 1}$ et $\vec{M}_{A,1 \rightarrow 2} = -\vec{M}_{A,2 \rightarrow 1}$ quelque soit A

6. Modélisation des actions mécaniques à distance

Les actions mécaniques à distance agissent sur le volume du solide considéré, elles comprennent :

- Attraction terrestre = action de la pesanteur
- Champ magnétique d'un aimant = action magnétique

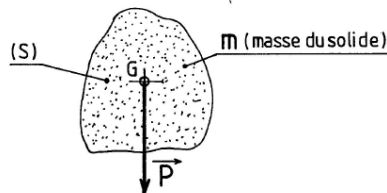


Action mécanique d'un aimant sur une bille métallique

Action mécanique de pesanteur

C'est l'action exercée par la Terre sur le système matériel, on la note P et on l'appelle **le poids**

- G est le centre de gravité du solide
- M masse du solide en kilogramme kg
- g accélération de la pesanteur $g = 9.81 \text{ m/s}^2$.

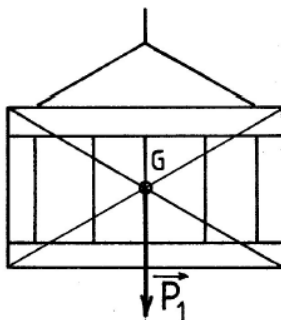


1°) Modélisation sous forme de **vecteur force** :

Action	Point d'application	Droite d'action	Sens	Norme en N
\vec{P}				

2°) Modélisation sous forme d'un **torseur d'action mécanique** :

3°) Exemple :



Soit une caisse suspendue de masse $m = 1,2$ tonne
 Déterminer le torseur d'action mécanique due à la pesanteur en G :

7. Modélisation des actions mécaniques de contact

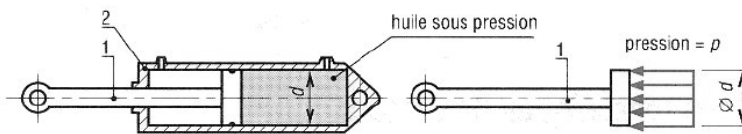
Les actions mécaniques de contact agissent sur la surface du solide considéré, elles sont ponctuelles ou surfaciques :

- Action entre 2 solides = action de liaison
- Action entre un fluide et un solide = action de pression...

Action mécanique d'un fluide sur une surface plane S

Exemple action de l'huile sur un piston de vérin $\vec{F}_{\text{fluide} \rightarrow \text{piston}}$ avec

$$\|\vec{F}_{\text{fluide} \rightarrow \text{piston}}\| =$$



- Avec p = pression de l'huile en Pascal Pa.

- Aire S en m^2 : $S = \pi r^2$

- $\|\vec{F}_{\text{fluide} \rightarrow \text{piston}}\|$ en Newton (N)

Unités légales :

p en Pa
 S en m^2

$$\|\vec{F}_{\text{fluide} \rightarrow \text{piston}}\| \text{ en N}$$

Autres unités :

p en MPa
 S en mm^2

$$\|\vec{F}_{\text{fluide} \rightarrow \text{piston}}\| \text{ en N}$$

$$\text{avec } 1 \text{ MPa} = 10^6 \text{ Pa} = 1 \text{ N/mm}^2 = 10 \text{ bars}$$

Unités pratiques :

p en bars
avec 1 bar =

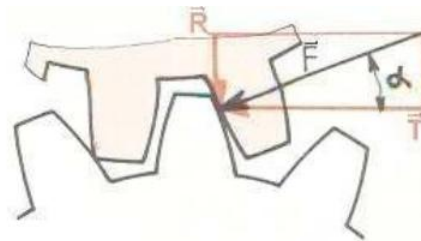
Modélisation sous forme d'un **torseur d'action mécanique** :

Action mécanique transmissible par une liaison engrenage

L'effort \vec{F} normal à la dent étant incliné de l'angle de pression α (20° en général),

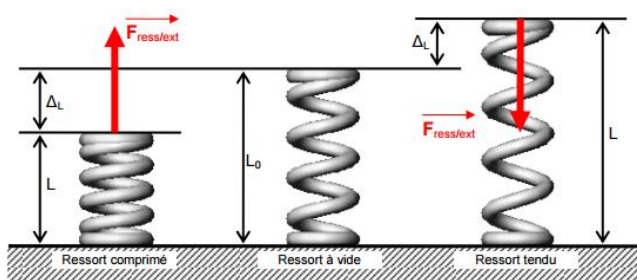
on considère les deux projections de \vec{F} suivante :

- la tangente commune aux diamètres primitifs : \vec{T}
- la normale commune aux cercles primitifs : \vec{R}



Modélisation sous forme d'un **torseur d'action mécanique** :

Action mécanique transmissible par un ressort



$\vec{F}_{\text{ress/ext}}$ Est l'action mécanique de la ressort sur l'extérieur :

- **Point d'application** : centre du contact avec le ressort
- **Direction** : axe du ressort
- **Sens** : sens contraire à la déformation
- **Norme** : $F = -k \times \Delta_L = -k \times (L - L_0)$ avec :
 - F : norme en Newtons
 - k : raideur du ressort en N/m
 - L_0 : longueur libre du ressort = longueur à vide en m
 - L : longueur du ressort = longueur du ressort déformé en m

Modélisation sous forme d'un **torseur d'action mécanique** :



Action mécanique transmissible par une liaison parfaite

Les liaisons entre pièces permettent de contrôler les mouvements relatifs, mais aussi de transmettre des actions mécaniques.

Exemple : Sur le pont ci-contre, une partie du poids du pont est transmise aux haubans, qui eux même le transmettent au mât.



Pont de Millau

Dans le cas général, le torseur des actions mécaniques transmissibles par une liaison est noté :

$$\{T_{1 \rightarrow 2}\} = \begin{cases} \vec{R}_{1 \rightarrow 2} \\ \vec{M}_{P,1 \rightarrow 2} \end{cases} = \begin{cases} X_{1 \rightarrow 2} \vec{x} + Y_{1 \rightarrow 2} \vec{y} + Z_{1 \rightarrow 2} \vec{z} \\ L_{P,1 \rightarrow 2} \vec{x} + M_{P,1 \rightarrow 2} \vec{y} + N_{P,1 \rightarrow 2} \vec{z} \end{cases}$$

où $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ est le repère associé à la liaison.

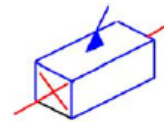
En faisant l'hypothèse⁽¹⁾ que l'on peut négliger les efforts dus à l'adhérence ou aux frottements entre les surfaces en contact, on remarque que lorsqu'une action mécanique s'exerce sur 2, certaines de ses composantes ne seront pas transmises à 2 par l'intermédiaire de la liaison. Elles seront « absorbées » par les mouvements relatifs possibles entre 2 et 1.

1°) Exemple de la liaison glissière

Soit la liaison glissière de direction \vec{x} supposée parfaite entre les pièces 1 et 2 :

Quels sont les mouvements élémentaires possibles ?

Translation suivant la direction \vec{x} .



Peut-on transmettre une action de 1 sur 2 suivant ce degré de liberté ?

Non.

En revanche peut-on transmettre une action de 1 sur 2 suivant les 5 degrés de liaison ?

Oui, les composantes de la résultante Y, Z et les composantes du moment L, M et N sont transmises d'une pièce à l'autre.

Ainsi il existe une dualité entre le torseur cinématique et le torseur de l'action mécanique transmissible par la liaison glissière :

Forme générale du Torseur cinématique	\longleftrightarrow	Forme générale du Torseur de l'action mécanique transmissible	
$\{V_{2/1}\} = \begin{cases} 0 & v_{x,P \in 2/1} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{cases} (\vec{x}, \dots)$		$\{T_{2 \rightarrow 1}\} = \begin{cases} 0 & L_{O,2 \rightarrow 1} \\ Y_{2 \rightarrow 1} & M_{O,2 \rightarrow 1} \\ Z_{2 \rightarrow 1} & N_{O,2 \rightarrow 1} \end{cases} (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$	

Généralisons.

Lorsqu'un degré de liberté est supprimé entre 2 solides 1 et 2, il en résulte alors une composante dans le torseur de l'action mécanique transmissible de 1→2 (qui empêche le mouvement).



Comportement statique des systèmes: modélisation des actions mécaniques

2°) Tableau général des torseurs cinématiques et d’actions mécaniques dans les liaisons usuelles

Nom	Représentation spatiale	Représentation plane	Validité de la forme générale des Torseurs	Forme générale du Torseur cinématique	Forme générale du Torseur de l'action mécanique transmissible
Complète ou encastrement			Tout point A de l'espace	$\{V_{2/1}\} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{(x,y,z)}$ <p>Et en plus, les valeurs des composantes sont identiques pour tout point P de l'espace</p>	$\{T_{2 \rightarrow 1}\} = \begin{pmatrix} X_{2 \rightarrow 1} & L_{A,2 \rightarrow 1} \\ Y_{2 \rightarrow 1} & M_{A,2 \rightarrow 1} \\ Z_{2 \rightarrow 1} & N_{A,2 \rightarrow 1} \end{pmatrix}_{(x,y,z)}$
Glissière de direction \vec{x}			Tout point A de l'espace	$\{V_{2/1}\} = \begin{pmatrix} 0 & v_{x,A \in 2/1} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{(x,y,z)}$ <p>Et en plus, les valeurs des composantes sont identiques pour tout point P de l'espace</p>	$\{T_{2 \rightarrow 1}\} = \begin{pmatrix} 0 & L_{A,2 \rightarrow 1} \\ Y_{2 \rightarrow 1} & M_{A,2 \rightarrow 1} \\ Z_{2 \rightarrow 1} & N_{A,2 \rightarrow 1} \end{pmatrix}_{(x,y,z)}$
Appui plan de normale \vec{z}			Tout point A de l'espace	$\{V_{2/1}\} = \begin{pmatrix} 0 & v_{x,A \in 2/1} \\ 0 & v_{y,A \in 2/1} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{(x,y,z)}$ <p>Et en plus, les valeurs des composantes sont identiques pour tout point P de la normale (A, \vec{z})</p>	$\{T_{2 \rightarrow 1}\} = \begin{pmatrix} 0 & L_{A,2 \rightarrow 1} \\ 0 & M_{A,2 \rightarrow 1} \\ Z_{2 \rightarrow 1} & 0 \end{pmatrix}_{(x,y,z)}$ <p>Et en plus, les valeurs des composantes sont identiques pour tout point P de la normale (A, \vec{z})</p>
Linéaire rectiligne de ligne de contact (O, \vec{x}) et de normale \vec{z} (ou alors cylindre-plan de ligne de contact (O, \vec{x}) et de normale \vec{z})			Tout point A du plan (O, x, z)	$\{V_{2/1}\} = \begin{pmatrix} \omega_{x,2/1} & v_{x,A \in 2/1} \\ 0 & v_{y,A \in 2/1} \\ \omega_{z,2/1} & 0 \end{pmatrix}_{(x,y,z)}$	$\{T_{2 \rightarrow 1}\} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & M_{A,2 \rightarrow 1} \\ Z_{2 \rightarrow 1} & 0 \end{pmatrix}_{(x,y,z)}$ <p>Et en plus, les valeurs des composantes sont identiques pour tout point P de la normale (A, \vec{z})</p>
Ponctuelle de point de contact O et de normale \vec{z} (ou alors sphère-plan de point de contact O et de normale \vec{z})			Tout point A de la normale (O, z)	$\{V_{2/1}\} = \begin{pmatrix} \omega_{x,2/1} & v_{x,A \in 2/1} \\ \omega_{y,2/1} & v_{y,A \in 2/1} \\ \omega_{z,2/1} & 0 \end{pmatrix}_{(x,y,z)}$	$\{T_{2 \rightarrow 1}\} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ Z_{2 \rightarrow 1} & 0 \end{pmatrix}_{(x,y,z)}$ <p>Et en plus, les valeurs des composantes sont identiques pour tout point P de la normale (A, \vec{z})</p>



Comportement statique des systèmes: modélisation des actions mécaniques

<p>Pivot glissant d'axe (O, \vec{x})</p>			<p>Tout point A de l'axe (O, \vec{x})</p>	$\{V_{2/1}\} = \begin{Bmatrix} \omega_{x,2/1} & v_{x,2/1} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(x, \dots)}$ <p>Et en plus, les valeurs des composantes sont identiques pour tout point P de l'axe (A, \vec{x})</p>	$\{T_{2 \rightarrow 1}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_{2 \rightarrow 1} & M_{A,2 \rightarrow 1} \\ Z_{2 \rightarrow 1} & N_{A,2 \rightarrow 1} \end{Bmatrix}_{(x, y, z)}$
<p>Pivot d'axe (O, \vec{x})</p>			<p>Tout point A de l'axe (O, \vec{x})</p>	$\{V_{2/1}\} = \begin{Bmatrix} \omega_{x,2/1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(x, \dots)}$ <p>Et en plus, les valeurs des composantes sont identiques pour tout point P de l'axe (A, \vec{x})</p>	$\{T_{2 \rightarrow 1}\} = \begin{Bmatrix} X_{2 \rightarrow 1} & 0 \\ Y_{2 \rightarrow 1} & M_{A,2 \rightarrow 1} \\ Z_{2 \rightarrow 1} & N_{A,2 \rightarrow 1} \end{Bmatrix}_{(x, y, z)}$
<p>Hélicoïdale d'axe (O, \vec{x}) et de pas p</p>			<p>Tout point A de l'axe (O, \vec{x})</p>	$\{V_{2/1}\} = \begin{Bmatrix} \omega_{x,2/1} & \pm \omega_{x,2/1} \frac{p}{2\pi} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(x, \dots)}$ <p>Et en plus, les valeurs des composantes sont identiques pour tout point P de l'axe (A, \vec{x})</p> <p>$2\pi(\text{rad} \rightarrow \text{ap}(\text{mm})) \Rightarrow X = \pm \frac{p}{2\pi} \Rightarrow v_x = \pm \omega_x \frac{p}{2\pi}$ $\theta(\text{rad} \rightarrow \text{x}(\text{mm})) \Rightarrow X = \pm \frac{p}{2\pi} \Rightarrow v_x = \pm \omega_x \frac{p}{2\pi}$</p>	$\{T_{2 \rightarrow 1}\} = \begin{Bmatrix} X_{2 \rightarrow 1} & \pm X_{2 \rightarrow 1} \frac{p}{2\pi} \\ Y_{2 \rightarrow 1} & M_{A,2 \rightarrow 1} \\ Z_{2 \rightarrow 1} & N_{A,2 \rightarrow 1} \end{Bmatrix}_{(x, y, z)}$ <p>$P_{\text{rot}} = 0 = R_{1 \rightarrow 2} \cdot v_{A,2/1} + M_{A,1 \rightarrow 2} \cdot \omega_{2/1}$ pas à droite : $X_{1 \rightarrow 2} = \omega_{x,2/1} \frac{p}{2\pi} + L_{A,1 \rightarrow 2} \omega_{x,2/1} = 0$ pas à gauche : $X_{1 \rightarrow 2} = -\omega_{x,2/1} \frac{p}{2\pi} + L_{A,1 \rightarrow 2} \omega_{x,2/1} = 0$</p> <p>Pas à droite $v_x = +\omega_x \frac{p}{2\pi}$ et $L = -X \frac{p}{2\pi}$ Pas à gauche $v_x = -\omega_x \frac{p}{2\pi}$ et $L = +X \frac{p}{2\pi}$</p>
<p>Rotule de centre O (ou alors sphérique de centre O)</p>			<p>Seulement en O</p>	$\{V_{2/1}\} = \begin{Bmatrix} \omega_{x,2/1} & 0 \\ \omega_{y,2/1} & 0 \\ \omega_{z,2/1} & 0 \end{Bmatrix}_{(x, y, z)}$	$\{T_{2 \rightarrow 1}\} = \begin{Bmatrix} X_{2 \rightarrow 1} & 0 \\ Y_{2 \rightarrow 1} & 0 \\ Z_{2 \rightarrow 1} & 0 \end{Bmatrix}_{(x, y, z)}$
<p>Rotule à doigt de centre O et de rotation interdite (O, \vec{y}) (ou alors sphérique à doigt de centre O et de rotation interdite (O, \vec{y}))</p>			<p>Seulement en O</p>	$\{V_{2/1}\} = \begin{Bmatrix} \omega_{x,2/1} & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_{z,2/1} & 0 \end{Bmatrix}_{(x, y, z)}$	$\{T_{2 \rightarrow 1}\} = \begin{Bmatrix} X_{2 \rightarrow 1} & 0 \\ Y_{2 \rightarrow 1} & M_{O,2 \rightarrow 1} \\ Z_{2 \rightarrow 1} & 0 \end{Bmatrix}_{(x, y, z)}$
<p>Linéaire annulaire de centre O et de direction \vec{x} (ou alors sphère-cylindre de centre O et de direction \vec{x})</p>			<p>Seulement en O</p>	$\{V_{2/1}\} = \begin{Bmatrix} \omega_{x,2/1} & v_{x,O=2/1} \\ \omega_{y,2/1} & 0 \\ \omega_{z,2/1} & 0 \end{Bmatrix}_{(x, y, z)}$	$\{T_{2 \rightarrow 1}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_{2 \rightarrow 1} & 0 \\ Z_{2 \rightarrow 1} & 0 \end{Bmatrix}_{(x, y, z)}$



3°) Cas particulier des problèmes plans

Dans certains cas, l'étude du mécanisme dans l'espace peut être délicate. On recherche alors une possibilité de réduire l'étude à un **problème plan**, sous certaines hypothèses.

Lorsque les hypothèses sont réunies, l'écriture du torseur d'action mécanique transmissible par la liaison se simplifie. Subsistent :

- La composante du moment portée par l'axe normal au plan de symétrie
- Les composantes de la résultante dans le plan de symétrie

Généralisation

Un mécanisme dont toutes les pièces utiles admettent un même plan de symétrie pour la géométrie et les efforts est un **mécanisme plan**.

Exemples

Type de liaison et repère local associé $R=(A, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$	Schématisation spatiale	Mobilités	Torseur d'action mécanique transmissible	Torseur d'action mécanique Simplifié	Schématisation plane
Pivot d'axe (A, \vec{x})			$\begin{Bmatrix} X_{12} & 0 \\ Y_{12} & M_{12} \\ Z_{12} & N_{12} \end{Bmatrix}_{A,R}$	Symétrie par rapport au plan (A, \vec{y}, \vec{z})	
Glissière d'axe (A, \vec{x})				Symétrie par rapport au plan (A, \vec{x}, \vec{z})	
Pivot glissant d'axe (A, \vec{x})			$\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_{12} & M_{12} \\ Z_{12} & N_{12} \end{Bmatrix}_{A,R}$	Symétrie par rapport au plan (A, \vec{y}, \vec{z})	
Appui plan De normale (A, \vec{x})				Symétrie par rapport au plan (A, \vec{x}, \vec{y})	