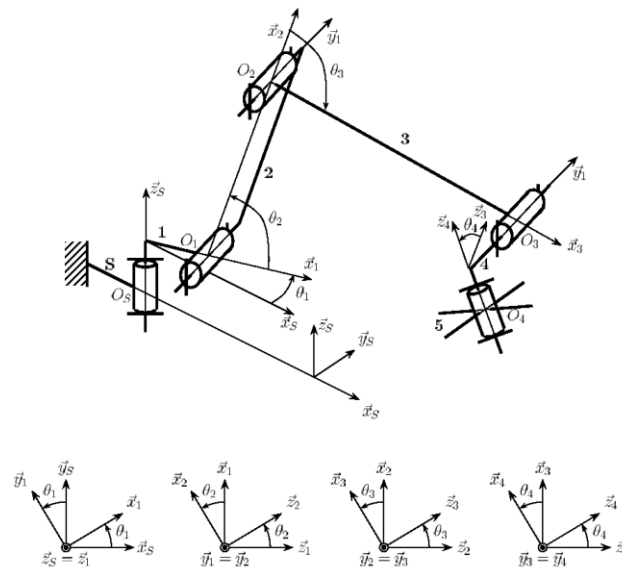


Cycle 5: Modélisation, prévision et vérification du comportement cinématique des systèmes mécaniques

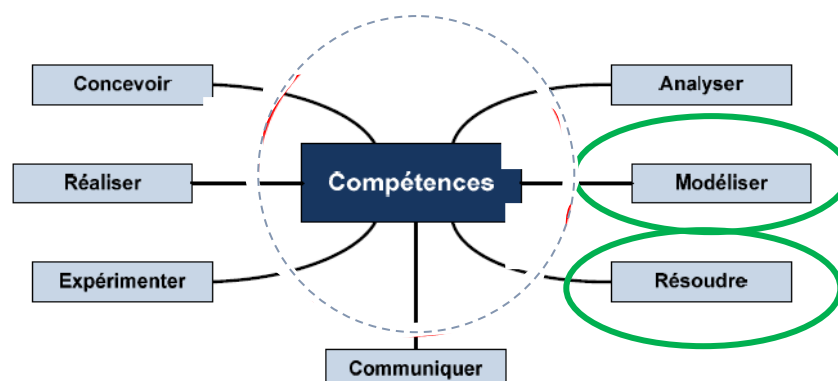
Chapitre 2 : Cinématique du solide indéformable



Savoir

Savoirs :

- Mod-C11 : Modélisation géométrique et cinématique des mouvements entre solides indéformables
 - Mod-C11.2 : Champ des vecteurs vitesses des points d'un solide
 - Mod-C11.4 : Composition des vitesses
 - Mod-C11.6 : Champ des vecteurs accélérations des points d'un solide
 - Mod-C11.6 : Composition des accélérations
- Mod-C11-S5 : Déterminer la trajectoire d'un point d'un solide
- Mod-C11-S8 : Écrire le vecteur accélération d'un point d'un solide



Sommaire

1. <u>Solide indéformable</u>	3
2. <u>Equivalence solide-repère</u>	3
3. <u>Champ des vecteurs vitesses des points d'un solide</u>	3
3.1. Relation entre les vecteurs vitesses de 2 points d'un solide	3
3.2. Méthodes de calcul des vecteurs vitesses des points d'un solide	5
3.3. Représentation par un torseur	7
4. <u>Torseurs des liaisons cinématiques</u>	8
5. <u>Composition des vecteurs vitesses</u>	11
6. <u>Composition des vecteurs accélérations</u>	13
7. <u>Mouvements élémentaires</u>	13

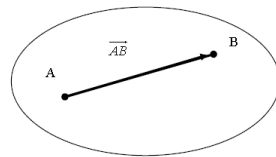


Comportement des systèmes mécaniques: cinématique du solide

Un solide indéformable est un ensemble de points matériels dont on peut calculer, pour chacun, la vitesse et l'accélération en appliquant le calcul direct. Toutefois la cinématique d'un solide en mouvement possède des particularités qui permettent une étude simplifiée du mouvement global sans avoir à étudier chaque point individuellement. L'objectif de ce cours est de mettre en évidence ces particularités.

1. Solide indéformable

Une pièce mécanique (S) peut être considérée comme un solide indéformable si quels que soient les points A et B de (S), la distance AB reste constante au cours du temps.



$$\forall A \text{ et } \forall B, \forall t, \|\vec{AB}\| = \text{constante}$$

Remarque : les solides dont la fonction est de se déformer (ressorts, barres de torsion...) sont exclus.

La distance entre deux points d'un même solide restant constante, il est logique de supposer que leurs vecteurs vitesse, comme leurs vecteurs accélération, ne sauraient être indépendants les uns des autres et que, par conséquent, il existe des relations entre ces vecteurs.

L'objet du présent chapitre est précisément de mettre en évidence ces relations.

2. Equivalence solide-repère

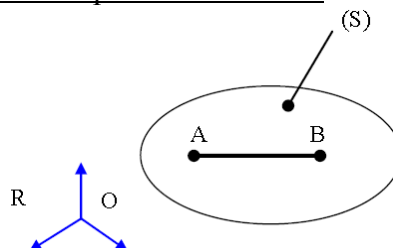
Dans un repère, la position relative des axes est invariante. Donc un repère est équivalent à un solide.

En conséquence :

- étudier le mouvement de (S₂) par rapport à (S₁) est équivalent à étudier le mouvement de R₂ lié à (S₂) par rapport à R₁ lié à (S₁).
- on pourra étudier le mouvement d'un point C lié à R₂, donc à (S₂), bien qu'il ne soit pas dans la pièce en question = *appartenance imaginaire*

3. Champ des vecteurs vitesse des points d'un solide

3.1 Relation entre les vecteurs vitesse de 2 points d'un solide



Soit un solide (S) en mouvement par rapport à un repère R.

Soient A et B deux points de (S). On exploite $\forall A \text{ et } \forall B, \forall t, \|\vec{AB}\| = \text{constante}$ en calculant $\left[\frac{d\vec{AB}}{dt} \right]_R$



Comportement des systèmes mécaniques: cinématique du solide

On a : $\left[\frac{d\vec{AB}}{dt} \right]_R = \left[\frac{d\vec{AB}}{dt} \right]_S + \vec{\Omega}_{(S/R)} \wedge \vec{AB}$ avec :

- \vec{AB} fixe dans S donc $\left[\frac{d\vec{AB}}{dt} \right]_S = \vec{0}$.
- $\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA}$ donc $\left[\frac{d\vec{AB}}{dt} \right]_R = \left[\frac{d\vec{OB}}{dt} \right]_R - \left[\frac{d\vec{OA}}{dt} \right]_R = \vec{V}_{(B \in S/R)} - \vec{V}_{(A \in S/R)}$

On obtient :

si A et B sont deux points du solide S, $\vec{V}_{(B \in S/R)} = \vec{V}_{(A \in S/R)} + \vec{BA} \wedge \vec{\Omega}_{S/R}$ Relation de Varignon

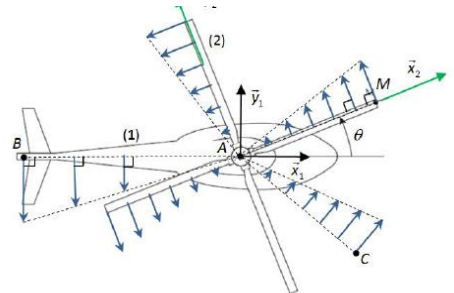
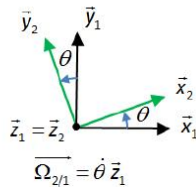
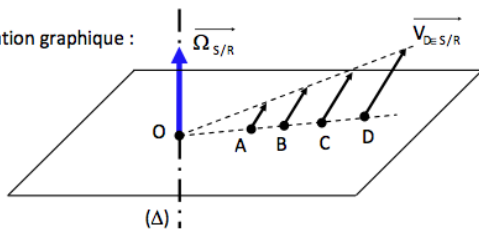
Conclusion:

A chaque point M du solide S, on peut donner un vecteur vitesse $\vec{V}_{(M \in S/R)}$ où (R) est un repère de référence. On définit ainsi un **champ de vecteurs vitesse** du solide (S) par rapport à (R).

Le champ des vecteurs vitesses d'un solide est un **champ de moment**.

Exemple : mouvement de rotation autour d'un axe fixe

Interprétation graphique :



Hélicoptère (rotation sens direct, $\omega_{2/1} > 0$)

- en tout point / de l'axe de rotation, la vitesse est nulle⁽¹⁾, $\vec{V}_{I \in 2/1} = \vec{0}$;
- les vecteurs vitesse sont perpendiculaires aux « rayons » et à l'axe de rotation ;
- la norme des vecteurs vitesse est proportionnelle à la distance à l'axe et au taux de rotation. Si M est à une distance r de l'axe : $\|\vec{V}_{M \in 2/1}\| = r \omega_{2/1} = r \dot{\theta}$



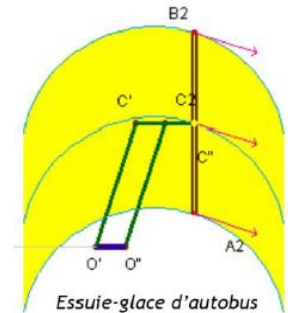
Comportement des systèmes mécaniques: cinématique du solide

Exemple : mouvement de translation

Considérons le mouvement de **translation** de direction du balais (2) par rapport au pare-brise (1) de l'essuie-glace d'autobus.

- à un instant t , le mouvement est caractérisé par la direction $\vec{u}(t)$ et une vitesse $v_{2/1}(t)$ en m/s ;
- à un instant t , le champ des vecteurs **vitesse** est **uniforme⁽¹⁾**, colinéaire à la direction du mouvement :

$$\forall M, \vec{V}_{M \in 2/1} = v_{2/1}(t) \vec{u}(t)$$
- le **vecteur rotation** est nul : $\vec{\Omega}_{2/1} = \vec{0}$.
- si la **translation** est à **trajectoire rectiligne** : $\forall M, \vec{V}_{M \in 2/1} = \dot{\lambda} \vec{u}(t)$ où λ est le paramètre de la translation à trajectoire rectiligne.



3.2 Méthodes de calcul des vecteurs vitesse des points d'un solide

Le point A est un point « naturellement » ou « physiquement » lié au solide (i). Cependant, deux cas peuvent se présenter :

a) Cas du point « à appartenance réelle » à un solide

Si le point A appartient «sans ambiguïté» **« physiquement ou naturellement »** au solide (i), il est lié à tout instant à ce solide. On peut alors calculer son vecteur vitesse :

- Par **dérivation du vecteur position** (voir chapitre cinématique du point)
- En passant par l'intermédiaire d'un vecteur vitesse déjà connu d'un autre point du solide en utilisant la relation de **Varignon** :

$$\vec{V}_{(A \in i / j)} = \vec{V}_{(B \in i / j)} + \vec{\Omega}_{i / j} \wedge \vec{BA}$$

b) Cas du point « à appartenance imaginaire » à un solide

Si le point A est considéré comme lié au solide (i) **uniquement à un instant t où on calcule son vecteur vitesse** (par exemple vecteur vitesse d'entraînement), il est dit à **appartenance imaginaire** et le calcul doit se faire :

- En utilisant la relation :
$$\vec{V}_{(A \in i / j)} = \vec{V}_{(A / j)} - \vec{V}_{(A / i)}$$
- En passant par l'intermédiaire d'un vecteur vitesse déjà connu d'un autre point du solide en utilisant la relation de Varignon .



Comportement des systèmes mécaniques: cinématique du solide

Bilan :

- **Cas du point A à appartenance imaginaire à un solide (i) :** vitesse du point à calculer

→ en utilisant $\vec{V}_{(A \in i / j)} = \vec{V}_{(A / j)} - \vec{V}_{(A / i)}$

→ ou avec la relation de Varignon $\vec{V}_{(A \in i / j)} = \vec{V}_{(B \in i / j)} + \vec{AB} \wedge \vec{\Omega}_{i / j}$.

- **Cas du point A à appartenance physique à un solide (i) :** vitesse du point à calculer

→ par dérivation vectorielle : $\vec{V}_{(A \in i / j)} = \vec{V}_{(A / j)}$

car $\vec{V}_{(A \in i / j)} = \vec{V}_{(A / j)} - \vec{V}_{(A / i)}$ or $\vec{V}_{(A / i)} = \vec{0}$ (car $A \in i$)

→ ou avec la relation de Varignon $\vec{V}_{(A \in i / j)} = \vec{V}_{(B \in i / j)} + \vec{\Omega}_{i / j} \wedge \vec{BA}$.

CONCLUSION : on peut toujours utiliser la relation $\vec{V}_{(A \in i / j)} = \vec{V}_{(A / j)} - \vec{V}_{(A / i)}$

OU la relation de Varignon $\vec{V}_{(A \in i / j)} = \vec{V}_{(B \in i / j)} + \vec{AB} \wedge \vec{\Omega}_{i / j}$ si on connaît $\vec{V}_{(B \in i / j)}$ (" B)

Remarque sur le vecteur accélération d'un point d'un solide:

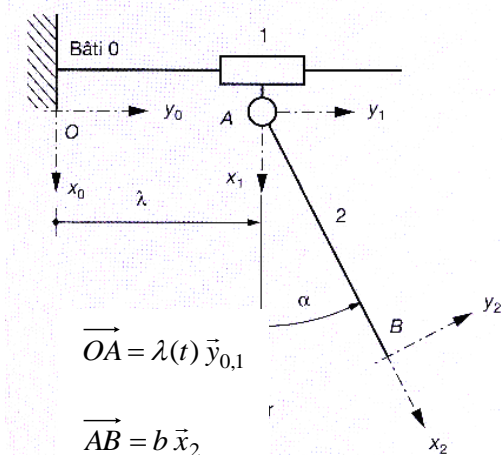


Le champ des vecteurs accélérations des points appartenant à un solide ne peut pas être décrit par un torseur car ce n'est pas un champ de moment ($\vec{M}_B = \vec{M}_A + \vec{BA} \wedge \vec{R}$, ici $\vec{\Gamma}_{B \in 1/0} \neq \vec{\Gamma}_{A \in 1/0} + \vec{BA} \wedge \vec{\Omega}_{1/0}$).

Ainsi, pour déterminer une accélération, nous serons obligés à chaque fois de dériver le vecteur vitesse.

Applications :

Vitesses et accélérations



Définir la méthode de calcul pour déterminer :

- $\vec{V}_{(A \in 1 / 0)}$
- $\vec{V}_{(A \in 2 / 0)}$
- $\vec{V}_{(A \in 2 / 1)}$
- $\vec{V}_{(B \in 2 / 0)}$
- $\vec{V}_{(A / 0)}$
- $\vec{V}_{(B \in 1 / 0)}$
- $\vec{V}_{(B \in 2 / 1)}$
- $\vec{V}_{(A / 1)}$



3.3. Représentation par un torseur

Théorème :

Le champ des vecteurs vitesse des points d'un solide (S) dans son mouvement par rapport à un repère R est représenté au point A par le torseur suivant :

$$\{v_{S/R}\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{\Omega}_{S/R} \\ \vec{V}_{A \in S/R} \end{array} \right\}_A$$

Ainsi pour connaître les vecteurs vitesse de tous les points d'un solide en mouvement par rapport à un repère R, c'est-à-dire ce que l'on appelle le champ des vecteurs vitesse des points d'un solide, il suffit d'avoir :

- le vecteur rotation du mouvement : $\vec{\Omega}_{S/R}$
- le vecteur vitesse d'un point du solide (par exemple $\vec{V}_{(A \in S/R)}$).

Remarque :

$\vec{\Omega}_{S/R}$ est la résultante du torseur, invariante et indépendante du point choisi pour écrire les éléments de réduction.

Point central, axe central, moment central d'un torseur

- Un **point central** est un point où le moment a la même direction que la résultante.
- L'**axe central** est constitué de l'ensemble des points centraux.
- L'axe central est colinéaire à la résultante et en un point de celui-ci, la norme du moment est minimale.

On parle alors de **moment central**.

Par suite, si le moment d'un torseur est nul en un point, ce point appartient à l'axe central de ce torseur.

Torseurs particuliers

Torseur **couple** : $\{\mathfrak{T}\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ \vec{M}_A \end{array} \right\}_A$, le torseur couple est identique en tout point de l'espace

Torseur à **résultante ou glisseur** : $\{\mathfrak{T}\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{R} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_A$, A est alors sur l'axe central du torseur et il est identique en tout point

Composition des torseurs cinématiques

On pose : $\{v_{S_i/R_{i-1}}\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{\Omega}_{R_i/R_{i-1}} \\ \vec{V}_{M \in S_i/R_{i-1}} \end{array} \right\}_M$

La relation de Composition des torseurs cinématiques s'écrit :

$$\boxed{\{v_{S_n/R_0}\}_M = \sum_{i=1}^n \{v_{S_i/R_{i-1}}\}_M}$$

Important : tous les torseurs doivent être écrits au même point et dans la même base



4. Torseurs cinématiques des liaisons

Pour les liaisons normalisées entre deux solides S_1 et S_2 , nous allons indiquer la forme du torseur cinématique $\{v_{S_2/S_1}\}$ de chaque liaison.

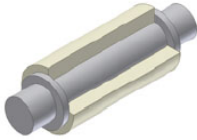
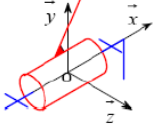
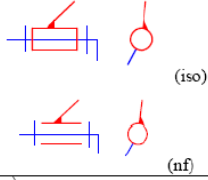
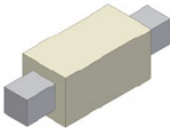
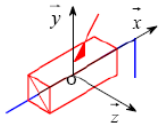
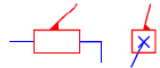
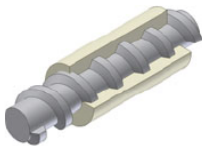
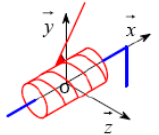
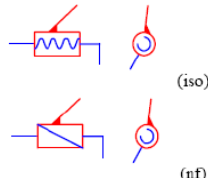
Convention d'écriture : dans le cas de 6 d.d.l, le torseur cinématique s'écrit sous la forme suivante :

$$\{v_{2/1}\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{\Omega}_{2/1} \\ \vec{V}_{A \in 2/1} \end{array} \right\}_A = \left\{ \begin{array}{cc} p_{2/1} & u_{A \in 2/1} \\ q_{2/1} & v_{A \in 2/1} \\ r_{2/1} & w_{A \in 2/1} \end{array} \right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

(rad/s) (m/s)

La base de projection doit être précisée.

▪ Tableau des liaisons

• Pivot		
Liaison pivot d'axe (O, \vec{x})	$\{V_{2/1}\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{\Omega}_{2/1} = \omega_x \cdot \vec{x} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{\forall P \in (O, \vec{x})} = \left\{ \begin{array}{cc} \omega_x & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_{(\vec{x}, \dots)}$	
		
Degrés de liberté – 1 Rx - rotation autour de (O, \vec{x})	Le torseur a la même forme en tout point P de l'axe (O, \vec{x}) et dans toute base contenant l'axe principal \vec{x} .	
• Glissière		
Liaison glissière de direction \vec{x}	$\{V_{2/1}\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ \vec{V}_{P \in 2/1} = V_x \cdot \vec{x} \end{array} \right\}_{\forall P} = \left\{ \begin{array}{cc} 0 & V_x \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_{(\vec{x}, \dots)}$	
Degrés de liberté – 1 Tx -translation de direction \vec{x}	Le torseur a la même forme en tout point P de l'espace et dans toute base contenant la direction principale \vec{x} .	
		
• Hélicoïdale		
Liaison hélicoïdale d'axe (O, \vec{x})	$\{V_{2/1}\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{\Omega}_{2/1} = \omega_x \cdot \vec{x} \\ \vec{V}_{P \in 2/1} = V_x \cdot \vec{x} \end{array} \right\}_{\forall P \in (O, \vec{x})} = \left\{ \begin{array}{cc} \omega_x & V_x \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_{(\vec{x}, \dots)}$ <p style="text-align: center;">avec $V_x = \frac{p}{2\pi} \cdot \omega_x$ et p pas de l'hélice par tour.</p>	
Degrés de liberté – 1 Les deux paramètres de mouvement (V_x et ω_x) sont liés	Le torseur a la même forme en tout point P de l'axe (O, \vec{x}) et dans toute base contenant l'axe principal \vec{x} . Le signe est fonction du sens de l'hélice	
		

Comportement des systèmes mécaniques: cinématique du solide

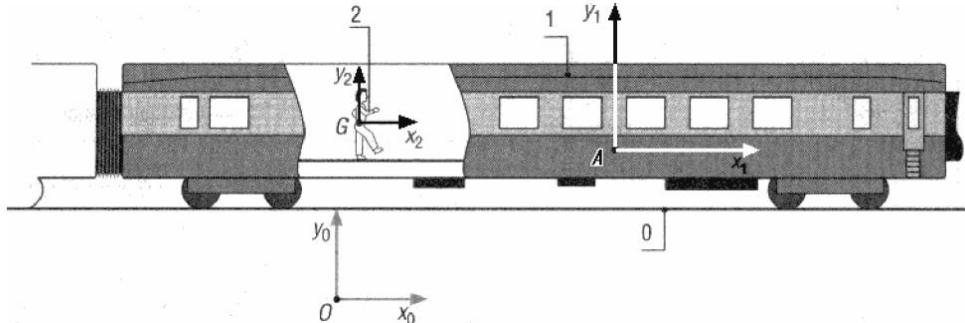
• Pivot glissant		
<p>Liaison pivot glissant d'axe (O, \vec{x})</p> <p>Degrés de liberté – 2 Rx, Tx : 2 mouvements possibles</p>	$\{V_{2/1}\}_{\forall P \in (O, \vec{x})} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{\Omega}_{2/1} = \omega_x \cdot \vec{x} \\ \vec{V}_{P \in 2/1} = V_x \cdot \vec{x} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{ll} \omega_x & V_x \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_{(\vec{x}, \dots)}$ <p>Le torseur à la même forme en tout point P de l'axe (O, \vec{x}) et dans toute base contenant l'axe principal \vec{x}.</p>	
• Sphérique (Rotule)		
<p>Liaison sphérique de centre C</p> <p>Degrés de liberté – 3 Rx, Ry, Rz</p>	$\{V_{2/1}\}_C = \left\{ \begin{array}{l} \vec{\Omega}_{2/1} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_C = \left\{ \begin{array}{ll} \omega_x & 0 \\ \omega_y & 0 \\ \omega_z & 0 \end{array} \right\}_{(\dots)}$ <p>Dans tout repère de centre C, centre de la sphère</p>	
• Appui plan		
<p>Liaison appui plan de normale \vec{y}</p> <p>Degrés de liberté – 3 Tx, Tz, Ry</p>	$\{V_{2/1}\}_{\forall P} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{\Omega}_{2/1} = \omega_y \cdot \vec{y} \\ \vec{V}_{P \in 2/1} \end{array} \right\}_{\forall P} = \left\{ \begin{array}{ll} 0 & V_x \\ \omega_y & 0 \\ 0 & V_z \end{array} \right\}_{(\dots, \vec{y}, \dots)}$ <p>avec $\vec{V}_{P \in 2/1} \cdot \vec{y} = 0$</p> <p>Le torseur a la même forme en tout point P de l'espace et dans toute base contenant la normale au plan -ici \vec{y}-</p>	
• Sphérique à doigt		
<p>Liaison Sphérique à doigt de centre C</p> <p>Degrés de liberté – 2 Ry, Rz</p>	$\{V_{2/1}\}_C = \left\{ \begin{array}{l} \vec{\Omega}_{2/1} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_C = \left\{ \begin{array}{ll} 0 & 0 \\ \omega_y & 0 \\ \omega_z & 0 \end{array} \right\}_{(\dots)}$ <p>Le torseur doit être écrit en C, centre de la sphère, dans une base dont l'un des vecteurs est porté par le doigt, ici \vec{z}.</p>	

Comportement des systèmes mécaniques: cinématique du solide

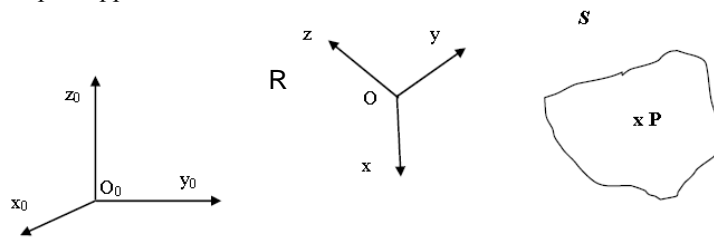
• Sphère-cylindre (linéaire annulaire))		
<p>Liaison Sphère –cylindre d’axe (C, \vec{x})</p> <p>Degrés de liberté –4– Rx, Ry, Rz, Tx</p>	$\{V_{2/1}\}_C = \begin{Bmatrix} \overline{\Omega_{2/1}} \\ V_{C \in 2/1} \end{Bmatrix}_C = \begin{Bmatrix} \omega_x & V_x \\ \omega_y & 0 \\ \omega_z & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \dots)}$ <p>Le doit torseur doit être écrit en C centre de la sphère, avec un des vecteurs de base – ici \vec{x} – le long de l’axe du mouvement de translation</p>	
• Linéaire rectiligne		
<p>Liaison linéaire rectiligne d’axe (O, \vec{x}) et de normale \vec{z}</p> <p>Degrés de liberté – 4 Rx, Ry, Tx, Tz</p>	$\{V_{2/1}\}_{\forall P \in (O, \vec{x})} = \begin{Bmatrix} \overline{\Omega_{2/1}} \\ V_{C \in 2/1} \end{Bmatrix}_{\forall P \in (O, \vec{x})} = \begin{Bmatrix} \omega_x & V_x \\ \omega_y & 0 \\ 0 & V_z \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, y, z)}$ <p>Le repère idéal est défini par un point P sur la droite de contact –ici (O, \vec{x}) et la normale à la surface de contact –ici \vec{y} –</p> <p>Nota : cette liaison était définie dans la norme NFE 04015 mais n’apparaît pas dans la norme ISO 3952</p>	
		(nf)
• Sphère-plan (ponctuelle)		
<p>Liaison sphère-plan de normale (I, \vec{y})</p> <p>Degrés de liberté – 5 Tx, Ty Rx, Ry, Rz</p>	$\{V_{2/1}\}_I = \begin{Bmatrix} \overline{\Omega_{2/1}} \\ V_{C \in 2/1} \end{Bmatrix}_C = \begin{Bmatrix} \omega_x & V_x \\ \omega_y & 0 \\ \omega_z & V_z \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \dots)}$ <p>Le torseur s’écrit en I point de contact, dans toute base contenant la normale au plan de contact</p>	
• Liaison encastrement ou liaison complète		
<p>On appelle liaison complète une liaison entre deux solides qui annule tous les mouvements. La liaison encastrement est représentée par un triangle noirci entre les deux solides.</p>		



5. Composition des vecteurs vitesses



Soit un solide S en mouvement par rapport à deux repères $R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ et $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, eux-mêmes en mouvement l'un par rapport à l'autre.



Soit P un point du solide S. Alors il existe une relation entre $\vec{V}_{(P \in S / R_0)}$ et $\vec{V}_{(P \in S / R)}$:

$$\vec{V}_{(P \in S / R_0)} = \vec{V}_{(P \in S / R)} + \vec{V}_{(P \in R / R_0)}$$

avec:

$\vec{V}_{(P \in S / R_0)}$ est appelé *vecteur vitesse absolue*

$\vec{V}_{(P \in S / R)}$ est appelé *vecteur vitesse relative*

$\vec{V}_{(P \in R / R_0)}$ est appelé *vecteur vitesse d'entraînement*

APPLICATION 1 :

Considérons le mécanisme plan d'entraînement d'une pompe à main représenté sur la figure ci-contre.

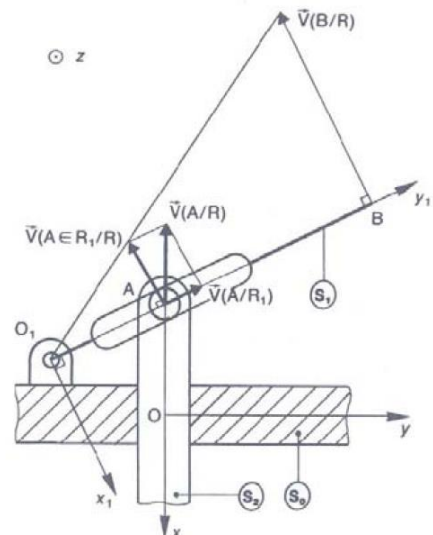
Soit un repère $R(O_1, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ lié à un bâti (S_0).

Le levier (S_1) a une liaison pivot d'axe (O_1, \vec{z}) avec (S_0).

Soit un repère $R_1(O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z})$ lié à (S_1).

L'axe (O_1, \vec{y}_1) est dirigé suivant l'axe du levier.

On pose $(\vec{x}, \vec{x}_1) = \theta$ et $\vec{AB} = \lambda \vec{y}_1$



La tige (S_2) a une liaison glissière d'axe (A, \vec{x}) avec (S_0) et le centre A d'un maneton lié à (S_2), situé sur (A, \vec{x}), décrit l'axe (O_1, \vec{y}_1) lié à (S_1).



Comportement des systèmes mécaniques: cinématique du solide

Question : connaissant le vecteur vitesse de translation de la tige (S_2) par rapport au repère R soit $\overrightarrow{V_{(A \in S_2 / R)}}$, donner les relations existant entre les coordonnées de $\overrightarrow{V_{(A \in S_2 / R)}}$, $\overrightarrow{V_{(A \in S_2 / R_1)}}$ et $\overrightarrow{V_{(A \in R_1 / R)}}$.

Déterminer le vecteur vitesse de l'extrémité B du levier (S_1) par rapport au repère R soit $\overrightarrow{V_{(B \in S_1 / R)}}$.

Solution :

Appliquons au point A la relation de composition des vitesses entre les repères R et R_1 :

$$\overrightarrow{V_{(A \in S_2 / R)}} = \overrightarrow{V_{(A \in S_2 / R_1)}} + \overrightarrow{V_{(A \in R_1 / R)}}$$

$\overrightarrow{V_{(A \in S_2 / R)}}$ est connu, il a la même direction que le vecteur unitaire \vec{x} , on le pose : $\overrightarrow{V_{(A \in S_2 / R)}} = v \vec{x}$.

$\overrightarrow{V_{(A \in S_2 / R_1)}}$ a pour direction O_1A car il n'y a qu'une mobilité en translation possible (dans le plan) entre S_1 et S_2 , on le pose :

$$\overrightarrow{V_{(A \in S_2 / R_1)}} = a \vec{y}_1.$$

$\overrightarrow{V_{(A \in R_1 / R)}}$ est le vecteur vitesse du point A, supposé lié à R_1 , par rapport à R. La liaison entre (S_1) et (S_0) étant une liaison pivot d'axe (O_1, \vec{z}), tout point lié à (S_1) décrit dans R un arc de cercle d'axe (O_1, \vec{z}), on le pose : $\overrightarrow{V_{(A \in R_1 / R)}} = b \vec{x}_1$.

Le vecteur vitesse $\overrightarrow{V_{(A \in R_1 / R)}} = b \vec{x}_1$ est donc perpendiculaire au rayon O_1A de la trajectoire du point A, supposé lié à R_1 .

Comme $\vec{x} = \cos \theta \vec{x}_1 - \sin \theta \vec{y}_1$, la relation de composition des vitesses donne :

$$\begin{aligned} v \vec{x} &= a \vec{y}_1 + b \vec{x}_1 \\ v \cos \theta \vec{x}_1 - v \sin \theta \vec{y}_1 &= a \vec{y}_1 + b \vec{x}_1 \end{aligned}$$

Soit :

$$\begin{cases} a = -v \sin \theta \\ b = v \cos \theta \end{cases}$$

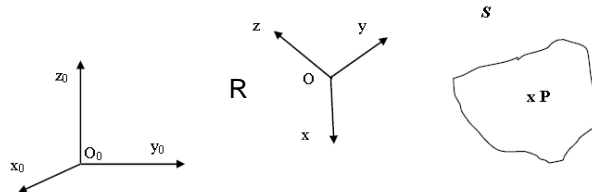
Le vecteur vitesse du point B par rapport à R, $\overrightarrow{V_{B/R}}$, se déduit du vecteur vitesse $\overrightarrow{V_{(A \in R_1 / R)}}$, en utilisant la relation du champ des vitesses d'un solide :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{V_{(B \in R_1 / R)}} &= \overrightarrow{V_{A \in R_1 / R}} + \vec{\Omega}_{R_1 / R} \wedge \overrightarrow{AB} \\ \overrightarrow{V_{(B \in R_1 / R)}} &= v \cos \theta \vec{x}_1 + \dot{\theta} \vec{z} \wedge \lambda \vec{y}_1 \\ \overrightarrow{V_{(B \in R_1 / R)}} &= (v \cos \theta - \lambda \dot{\theta}) \vec{x}_1 \end{aligned}$$



6. Composition des vecteurs accélération

Soit un solide (S) en mouvement par rapport à deux repères $R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ et $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, eux-mêmes en mouvement l'un par rapport à l'autre. Soit P un point du solide (S).



Alors l'accélération du point P par rapport à R est liée à l'accélération de P par rapport à R_0 par la relation suivante :

$$\vec{\Gamma}_{P \in S / R_0} = \vec{\Gamma}_{P \in S / R} + \vec{\Gamma}_{P \in R / R_0} + 2\vec{\Omega}_{R/R_0} \wedge \vec{V}_{P \in S / R}$$

avec :

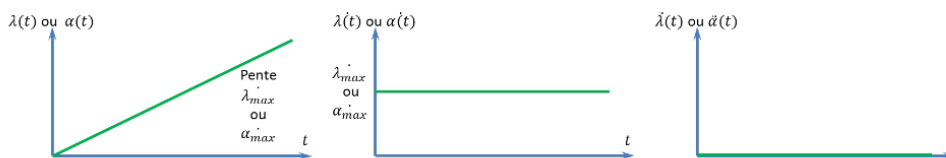
- $\vec{\Gamma}_{P \in S / R_0}$ est appelé vecteur accélération absolue
- $\vec{\Gamma}_{P \in S / R}$ est appelé vecteur accélération relative
- $\vec{\Gamma}_{P \in R / R_0}$ est appelé vecteur accélération d'entraînement
- $2\vec{\Omega}_{R/R_0} \wedge \vec{V}_{P \in S / R}$ est appelé vecteur **accélération de Coriolis**

7. Mouvements élémentaires

En cinématique, les vitesses dépendront des dérivées des paramètres variables angulaires et linéaires. Pour les chaînes ouvertes, il sera nécessaire de disposer d'un actionneur par paramètre variable pour animer un système. Pour les chaînes fermées à une seule boucle, il suffira d'un actionneur en entrée du système pour l'animer.

Les lois d'évolution des actionneurs sont au choix du concepteur du système.

Dans le cas où la vitesse est uniforme, on a la loi suivante :



Physiquement il est impossible de passer d'une vitesse nulle à une vitesse non nulle. Par une première approche, il est possible qu'un actionneur soit piloté par une loi de vitesse en trapèze :

